問4–1　解答

i)　式（3.16），（4.15）～（4.17）より，減衰のない場合の固有円振動数ω_n，臨海減衰係数 c_c，減衰比ζ，減衰固有円振動数ω_d は以下のとおりである．

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{245}{5.00}} = 7.00 \text{〔rad/s〕}$$

$$c_c = 2\sqrt{mk} = 2\sqrt{5.00 \cdot 245} = 35.0 \text{〔Ns/m〕}$$

$$\zeta = \frac{c}{c_c} = \frac{7}{35} = 0.200$$

$$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = 7.00\sqrt{1-0.200^2} = 6.86 \text{〔rad/s〕}$$

2)　$c < c_c$（$\zeta < 1$）より，振動する．

問4–2　解答

式（3.16），（4.16），（4.17）より，減衰のない場合の固有円振動数ω_n，減衰比ζ，減衰固有円振動数ω_d は以下のとおりである．

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{25000}{10.0}} = 50.0 \text{〔rad/s〕}$$

$$\zeta = \frac{c}{c_c} = \frac{c}{2\sqrt{mk}} = \frac{500}{2\sqrt{10.0 \cdot 25000}} = 0.500$$

$$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = 50.0\sqrt{1-0.500^2} = 43.3 \text{〔rad/s〕}$$

したがって，式（4.24），（4.28），（4.29）より，応答変位は以下のとおりである．

$$x = e^{-\zeta\omega_n t}\left\{x_0\cos\omega_d t + \left(\frac{v_0}{\omega_d} + \frac{x_0\zeta\omega_n}{\omega_d}\right)\sin\omega_d t\right\}$$

$$= e^{-0.500\cdot 50.0t}\left\{30.0\times10^{-3}\cos 43.3t + \left(\frac{0}{43.3} + \frac{30.0\times10^{-3}\cdot0.500\cdot50.0}{43.3}\right)\sin 43.3t\right\}$$

$$= e^{-25.0t}(30.0\times10^{-3}\cos 43.3t + 17.3\times10^{-3}\sin 43.3t)\ [\text{m}]$$

また，減衰固有周期は $T_d = 2\pi/\omega_d = 2\pi/43.3 = 0.145$ s だから，一回振動した後の振幅（応答変位）は上式に $t = 0.145$を代入して，以下のとおりとなる．

$$x = e^{-25.0\cdot 0.145}(30.0\times 10^{-3}\cdot 1 + 17.3\times 10^{-3}\cdot 0) = 0.799\times 10^{-3}[\mathrm{m}]$$

問4–3　解答

(a)　質量 m に対して減衰 c とばね k が並列に繋がれている．したがって，運動方程式は図4.2と同様に以下のとおりである

$$-m\ddot{x} - c\dot{x} - kx = 0$$
$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0$$

また，$c < c_c$ とすれば，自由振動させたときの応答変位 x は，以下のとおりである．

$$x = e^{-\zeta\omega_n t}\left\{x_0\cos\omega_d t + \left(\frac{v_0}{\omega_d} + \frac{x_0\zeta\omega_n}{\omega_d}\right)\sin\omega_d t\right\}$$

$$x = e^{-\zeta\omega_n t}\frac{0.500}{\omega_d}\sin\omega_d t$$

ただし，$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{mk}}$，$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$，$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$

(b)　質量 m に対して減衰 c とばね k_1，k_2 が並列に繋がれている．したがって，運動方程式は図4.2を参考にすれば以下のとおりである

$$-m\ddot{x} - c\dot{x} - (k_1 + k_2)x = 0$$

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + (k_1 + k_2)x = 0$$

また，$c < c_c$ とすれば，自由振動させたときの応答変位 x は，以下のとおりである．

$$x = e^{-\zeta\omega_n t}\left\{x_0\cos\omega_d t + \left(\frac{v_0}{\omega_d} + \frac{x_0\zeta\omega_n}{\omega_d}\right)\sin\omega_d t\right\}$$

$$x = e^{-\zeta\omega_n t}\frac{0.500}{\omega_d}\sin\omega_d t$$

ただし，$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{m(k_1+k_2)}}$，$\omega_n = \sqrt{\frac{k_1+k_2}{m}}$，$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$である．