問3–1　解答

式（3.16）～（3.18）より，固有円振動数ω_n，固有振動数f_n，固有周期 T_n は以下のとおりである．

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{245}{5.00}} = 7.00 \text{〔rad/s〕}$$

$$f_n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{245}{5.00}} = 1.11 \text{〔Hz〕}$$

$$T_n = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{5.00}{245}} = 0.897 \text{〔s〕}$$

問3–2　解答

式（3.38）より，単振り子の固有振動数f_nが1Hz となるひもの長さ l は以下のとおりである．

$$f_n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$l = \frac{g}{(2\pi f_n)^2} = \frac{9.81}{(2\cdot 3.14\cdot 1)^2} = 0.249\ [\mathrm{m}]$$

問3–3　解答

式（3.29）より，固有円振動数ω_nは以下のとおりである．

$$\omega_n = \sqrt{\frac{g}{y_0}} = \sqrt{\frac{9.81}{3.00\times 10^{-3}}} = 57.2 \text{〔rad/s〕}$$

問3–4　解答

（a）　ばねが並列に結合されているため，式（2.36）より等価ばね定数 k_e は以下のとおりである．

$$k_e = k + k = 2k$$

したがって，運動方程式および固有円振動数ω_nは以下のとおりである．

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + 2kx = 0$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_e}{m}} = \sqrt{\frac{2k}{m}}$$

（b）　ばねが直列に結合されているため，式（2.37）より等価ばね定数 k_e は以下のとおりである．

$$k_e = \frac{1}{\frac{1}{k}+\frac{1}{k}} = \frac{k}{2}$$

したがって，運動方程式および固有円振動数 ω_n は以下のとおりである．

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + \frac{k}{2}x = 0$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_e}{m}} = \sqrt{\frac{k}{2m}}$$

（c）　質量部を介してばねが並列に結合されているため，(a)と同様に運動方程式および固有円振動数 ω_n は以下のとおりである．

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + 2kx = 0$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_e}{m}} = \sqrt{\frac{2k}{m}}$$

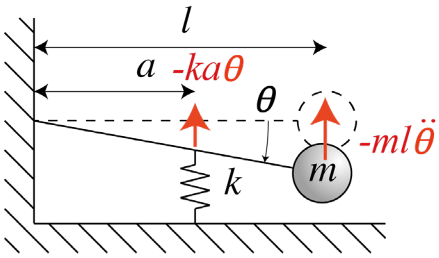
問3–5　解答

（a）　振動系には下図のような力が働くので，運動方程式はモーメントで考えれば以下のとおりである．

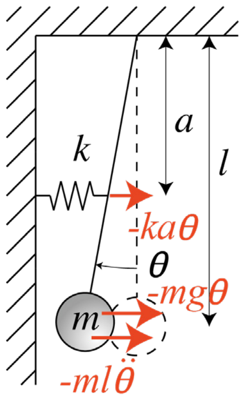
$$-ml^2\ddot{\theta} - ka^2\theta = 0$$

また，固有円振動数 ω_n は以下のとおりである．

$$\omega_n = \sqrt{\frac{ka^2}{ml^2}}$$



（b）　振動系には下図のような力が働くので, 運動方程式はモーメントで考えれば以下のとおりである.

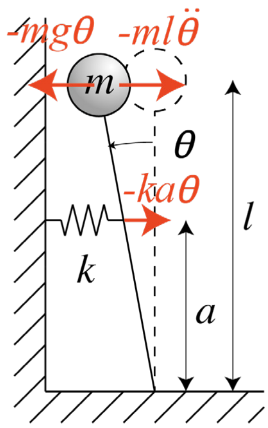


$$-ml^2\ddot{\theta} - mgl\theta - ka^2\theta = 0$$
$$-ml^2\ddot{\theta} - (mgl + ka^2)\theta = 0$$

また, 固有円振動数ω_nは以下のとおりである.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{mgl+ka^2}{ml^2}} = \sqrt{\frac{ka^2}{ml^2} + \frac{g}{l}}$$

（c）　振動系には下図のような力が働くので, 運動方程式はモーメントで考えれば以下のとおりである.



$$-ml^2\ddot{\theta} + mgl\theta - ka^2\theta = 0$$
$$-ml^2\ddot{\theta} - (ka^2 - mgl)\theta = 0$$

また, 固有円振動数ω_nは以下のとおりである.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{ka^2-mgl}{ml^2}} = \sqrt{\frac{ka^2}{ml^2} - \frac{g}{l}}$$

問3–6　解答

応力σ=*E*εより，物体をぶら下げたときの鋼棒の伸びΔ *l* は,

$$\sigma = E\varepsilon$$

$$\frac{mg}{\pi d^2/4} = E\frac{\Delta l}{l}$$

$$\Delta l = \frac{4mgl}{E\pi d^2} = \frac{4 \cdot 100 \cdot 9.81 \cdot 1.00}{200 \times 10^9 \cdot 3.14 \cdot (5.00 \times 10^{-3})^2} = 0.250 \times 10^{-3}\ [\mathrm{m}]$$

である．式（3.29）より，固有振動数 f_n は以下のとおりである．

$$f_n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{y_0}} = \frac{1}{2 \cdot 3.14}\sqrt{\frac{9.81}{0.250 \times 10^{-3}}} = 31.5〔\mathrm{Hz}〕$$

問3–7　解答

付図12のような単純支持ばりのたわみ方程式は

$$w = \frac{W}{48EI}(3l^2 - 4x^2)x$$

である．ただし， w は端から x 離れた位置でのたわみ，W ははりに加わる鉛直荷重，I は断面二次モーメントである．このとき，はりの中央，すなわち $x = \frac{l}{2}$ でのたわみは,

$$w = \frac{W}{48EI}\left\{3l^2 - 4\left(\frac{l}{2}\right)^2\right\}\frac{l}{2} = \frac{Wl^3}{48EI}$$

となる．いま，$W=mg$，$I = \frac{bh^3}{12}$ であるから，物体をのせたときの中央のたわみは以下のとおりである．

$$w = \frac{mgl^3}{4Ebh^3} = \frac{5.00 \cdot 9.81 \cdot 0.800^3}{4 \cdot 200 \times 10^9 \cdot 0.0500 \cdot 0.0100^3} = 0.624 \times 10^{-3}〔\mathrm{mm}〕$$

である．式（3.29）より，固有振動数 f_n は以下のとおりである．

$$f_n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{y_0}} = \frac{1}{2 \cdot 3.14}\sqrt{\frac{9.81}{0.624 \times 10^{-3}}} = 20.0〔\mathrm{Hz}〕$$

問3–8　解答

固有円振動数ω_nは以下のとおりである.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{8.00\times10^6}{5000}} = 40.0 \text{〔rad/s〕}$$

したがって，式（3.15）より，応答変位は以下のとおりである.

$$x = x_0 \cos\omega_n t + \frac{v_0}{\omega_n}\sin\omega_n t = 0\cdot cos\,40.0t + \frac{1.00}{40.0}\sin 40.0t = 25.0\times10^{-3}\, sin\,40.0t\,[\mathrm{m}]$$