問 2-1　解答

移動距離は$\Delta x = 6.00$〔km〕，移動に要した時間は$\Delta t = 30.0$〔min〕$= 0.500$〔h〕$= 1800$〔s〕であるから，式(2.1)より平均の速さは以下のとおりである．

秒速　$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{6.00}{1800} = 3.33 \times 10^{-3}$〔km/s〕$= 3.33$〔m/s〕

時速　$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{6.00}{0.500} = 12.0$〔km/h〕

問 2-2　解答

加速に要した時間は$\Delta t = 10.0$〔s〕，速度の変化は$\Delta v = 20.0$〔m/s^2〕であるから，加速度は以下のとおりである．

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20.0}{10.0} = 2.00$〔m/s^2〕

問 2-3　解答

式(2.2)，(2.3)のとおり，変位x，速度$\dot{x}$，加速度$\ddot{x}$はそれぞれ時間微分の関係にあるから，時間$t = 1.00$〔s〕における変位x，速度$\dot{x}$，加速度$\ddot{x}$は以下のとおりである．

$$x = t^3 + 10t^2 = 1.00^3 + 10 \cdot 1.00^2 = 11.0$$
$$\dot{x} = 3t^2 + 20t = 3 \cdot 1.00^2 + 20 \cdot 1.00 = 23.0$$
$$\ddot{x} = 6t + 20 = 6 \cdot 1.00 + 20 = 26.0$$

問 2-4　解答

加速度は速度の時間微分であり，付図1の傾きに相当する．ゆえに，加速度は以下のとおりである．

$t =0$～1.00〔s〕：$\ddot{x} = \frac{\Delta \dot{x}}{\Delta t} = \frac{2.00-0}{1.00-0} = 2.00$〔m/s〕

$t =1.00$～3.00〔s〕：$\ddot{x} = \frac{\Delta \dot{x}}{\Delta t} = \frac{2.00-2.00}{3.00-1.00} = 0.00$〔m/s〕

$t =3.00$～5.00〔s〕：$\ddot{x} = \frac{\Delta \dot{x}}{\Delta t} = \frac{0.00-2.00}{5.00-3.00} = -1.00$〔m/s〕

また，移動距離（変位）は速度の時間積分であり，付図1の面積に相当する．それぞれの

時間の面積すなわち移動距離は,

t =0～1.00〔s〕：$x_1 = \frac{1}{2} 1.00 \cdot 2.00 = 1.00$〔m〕

t =1.00～3.00〔s〕：$x_2 = 2.00 \cdot 2.00 = 4.00$〔m〕

t =3.00～5.00〔s〕：$x_3 = \frac{1}{2} 2.00 \cdot 2.00 = 2.00$〔m〕

であり，5秒間の移動距離は以下のとおりである.

$$x = x_1 + x_2 + x_3 = 1.00 + 4.00 + 2.00 = 7.00 \text{〔m〕}$$

問 2-5　解答

エレベーターのかごには，人間の重さによる重力と慣性力が作用する．したがって，人からかごに床に働く力 F は重力と慣性力の和である．重力は下向きに，慣性力は移動の方向と逆方向すなわち上向きに働くことに留意すれば，式(2.8)より，

$$F = mg - m\ddot{x} = m(g - \ddot{x}) = 65.0(9.81 - 0.500) = 605 \text{〔N〕}$$

となる．なお，慣性力の符号を間違えることがある．力学の問題を解く際には，実際の状況（この問題なら，自分が実際にエレベーターに乗っている状況）をイメージして，どのような力が働くか考えるとよい.

問 2-6　解答

質量は $m = 400$〔g〕$= 0.400$〔kg〕，ばねの伸びは x =20.0〔mm〕$= 0.0200$〔m〕である．式(2.9)よりばねの復元力は $-kx$ であり，ばねには復元力のほかに重力 mg が働く．復元力と重力以外の働く力はないため，両者の合力はゼロとなる．つまり，ばね定数は以下のとおりである.

$$mg - kx = 0$$
$$mg = kx = 0.400 \cdot 9.81 \cdot 0.0200 = 196 \text{ [N/m]}$$

問 2-7　解答

ばねを縮めるのに必要な力は，式(2.9)より以下のとおりである.

$$F - kx = 0$$
$$F = kx = 2500 \cdot 0.0200 = 50.0 \text{ [N]}$$

問 2-8　解答

質量は $m = 5.00$〔kg〕，力は $F = 20.0$〔N〕であるから，式(2.13)の運動方程式より，加速度 a は以下のとおりである．

$$ma = F$$

$$a = \frac{F}{m} = \frac{20.0}{5.00} = 4.00\ [\mathrm{m/s^2}]$$

問 2-9　解答

平板の加速度は$\ddot{z} = -A\omega^2 \cos \omega t$であるから，平板と剛体が一体となって動いているときの剛体の慣性力は$m\ddot{z} = -Am\omega^2 \cos \omega t$であり，その振幅は$Am\omega^2$である．一方，剛体と平板の間の静止摩擦力の大きさはμmgである．剛体が滑り出すためには慣性力が摩擦力より大きくならなければならないから，

$$Am\omega^2 > \mu mg$$

$$\omega > \sqrt{\frac{\mu g}{A}}$$

となったとき，剛体は滑り出す．

問 2-10　解答

$t = 10.0$秒間に30.0回転するので，1秒間あたりの回転数 n は以下のとおりである．

$$n = \frac{30.0}{10.0} = 3.00\text{〔cps〕}$$

また，角速度ω，周期Tは式(2.15)，(2.16)より以下のとおりである．

$$\omega = 2\pi n = 2 \cdot 3.14 \cdot 3.00 = 18.8\text{〔rad/s〕}$$

$$T = \frac{1}{n} = \frac{1}{3.00} = 0.333\text{〔s〕}$$

問 2-11　解答

振幅 A は振動の変位の最大値であり，0.150m である．周期 T は振動が同じ位置に同じ方向から戻ってくるまでの時間である．付図4からは1振動あたりの周期 T を読み取るのは困難であるが，3回振動するのに0から2秒までの2秒間を要していることから，1振動あたりの周期 T は

$$T = \frac{2.00}{3.00} = 0.667〔\mathrm{s}〕$$

となる．振動数 f は1秒間に何回振動しているかということであり，付図4から1.50 Hz であることがわかる．あるいは,

$$f = \frac{1}{T} = \frac{3.00}{2.00} = 1.50〔\mathrm{Hz}〕$$

として，求めてもよい．円振動数 ω は以下の式で求められる．

$$\omega = 2\pi f = 2 \cdot 3.14 \cdot 1.50 = 9.42〔\mathrm{rad/s}〕$$

問 2-12　解答

振動変位波形の一般形は，式(2.17)のとおり $x = A\cos(\omega t - \phi)$ であるから，振幅は $A = 0.400$〔m〕，円振動数は $\omega = \pi = 3.14$〔rad/s〕である．周期 T，振動数 f は以下のとおりである．

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2 \cdot 3.14}{3.14} = 2.00〔\mathrm{s}〕$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{3.14}{2 \cdot 3.14} = 0.500〔\mathrm{Hz}〕$$

問 2-13　解答

$\boldsymbol{x = 0.500\cos(4.00\pi t - \pi)}$ を t について微分すれば，速度 $\dot{x}$，加速度 $\ddot{x}$ は以下のとおりである．

$$\dot{x} = -2.00\pi \sin(4.00\pi t - \pi)$$

$$\ddot{x} = -8.00\pi^2 \cos(4.00\pi t - \pi)$$

また，$\tau = 1.50$〔s〕における変位 x，速度 $\dot{x}$，加速度 $\ddot{x}$ は以下のとおりである．

$$x = 0.500\cos(4.00\pi \cdot 1.50 - \pi) = -0.5〔\mathrm{m}〕$$

$\dot{x} = -2.00\pi \sin(4.00\pi \cdot 1.50 - \pi) = 0$〔m/s〕

$\ddot{x} = -8.00\pi^2 \cos(4.00\pi \cdot 1.50 - \pi) = 78.9$〔m/s^2〕

問 2-14　解答

i）　円振動数は$\omega = 30.0\pi$〔rad/s〕であるから，振動数f, 周期Tは以下のとおりである．

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{30.0\pi}{2\pi} = 15.0 \text{〔Hz〕}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{30.0\pi} = 0.0667 \text{〔s〕}$$

ii）　以下のとおり，$\dot{x} = 0.150\cos\left(30.0\pi t + \pi\right)$を$t$について積分すると変位$x$が，微分すると加速度$\ddot{x}$が得られる．

$$x = \frac{5.00\times10^{-3}}{\pi}\sin(30.0\pi t + \pi)$$

$$\ddot{x} = -4.50\pi \sin(30.0\pi t + \pi)$$

したがって，最大変位x_{max}，最大速度$\dot{x}_{max}$，最大加速度$\ddot{x}_{max}$は，

$$x_{\max} = \frac{5.00\times10^{-3}}{\pi} = 1.59 \times 10^{-3} \text{〔m〕}$$

$$\dot{x}_{\max} = 0.150 \text{〔m/s〕}$$

$$\ddot{x}_{\max} = 4.50\pi = 14.1 \text{〔m/s}^2\text{〕}$$

iii）　ii)より，t =1.00s における物体の変位x，速度$\dot{x}$，加速度$\ddot{x}$は以下のとおりである．

$$x = \frac{5.00\times10^{-3}}{\pi}\sin(30.0\pi \cdot 1.00 + \pi) = 0.00 \text{〔m〕}$$

$$\dot{x} = 0.150 \cos(30.0\pi \cdot 1.00 + \pi) = -0.150 \text{〔m/s〕}$$

$$\ddot{x} = -4.50\pi \sin(30.0\pi \cdot 1.00 + \pi) = 0.00 \text{〔m/s}^2\text{〕}$$

問 2-15　解答

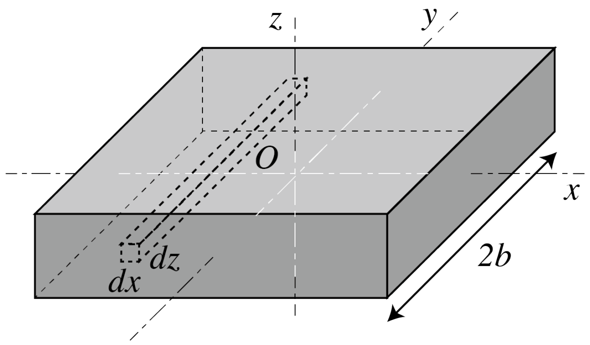
下図のように y 軸から距離$r=\sqrt{x^2+z^2}$にある断面積 $dx\times dz$，厚さ$2b$ の微小要素を考える．この微小要素の質量を $dm=2b\rho\ dx\ dz$ とする．ただし，ρは密度である．この要素の y 軸まわりの慣性モーメントは，

$$dm\,r^2=dm(x^2+z^2)$$

である．これを全体にわたり積分すれば，y 軸まわりの慣性モーメントは，

$$\int r^2dm=\int_{-c}^{c}\int_{-a}^{a}2b\rho(x^2+z^2)dx\,dz=\frac{8abc\rho}{3}(a^2+c^2)=\frac{m}{3}(a^2+c^2)$$

となる．ここで，m は全体の質量であり，　$m=2a\ 2b\ 2c\ \rho=8abc\rho$である．



問 2-16　解答

(a)は，ばねが並列に結合されているため，式(2.36)より等価ばね定数 k_e は以下のとおりである．

$$k_\mathrm{e}=k_1+k_2+k_1=100+200+100=400\text{〔N/m〕}$$

(b)は，ばねが直列に結合されているため，式(2.37)より等価ばね定数 k_e は以下のとおりである．

$$k_\mathrm{e}=\frac{1}{\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}+\frac{1}{k_1}}=\frac{1}{\frac{1}{100}+\frac{1}{200}+\frac{1}{100}}=40.0\ [\mathrm{N/m}]$$

(c)は，並列結合と直列結合の組み合わせである．並列結合部の等価ばね定数が $k_1+k_1=2k_1$ であることに留意すれば，等価ばね定数 k_e は以下のとおりである．

$$k_\mathrm{e}=\frac{1}{\frac{1}{2k_1}+\frac{1}{k_2}}=\frac{1}{\frac{1}{200}+\frac{1}{200}}=100\ [\mathrm{N/m}]$$