【正誤表】

書　　名：マルチボディダイナミクスの基礎　3 次元運動方程式の立て方

版　　数：第 1 版 1 刷

ページ	箇所	誤	正
93	図9.5キャプション	水平面に投影したコマの重心の奇跡	水平面に投影したコマの重心の軌跡
210～211	全般的に	次ページに掲載	
214	14行目	一般化速度がSの場合も書いておく。	一般化速度がSの場合も書いておく。 ＊太文字に修正
214	22行目から23行目	一般化座標Hの系が得られたとしよう。	一般化速度Hの系が得られたとしよう。
214	24行目	一般化座標Hの系から見れば,	一般化速度Hの系から見れば,
214	24行目	一般化座標Sの系は拘束を…	一般化速度Sの系は拘束を…
214	25行目	一般化座標Hの系を拘束追加前…	一般化速度Hの系を拘束追加前…
214	25行目	…の系と呼び，一般化座標Ｓ	…の系と呼び，一般化速度Ｓ
248	16行目 式(20.80)	$\dot{\boldsymbol{\Phi}}^R=\begin{bmatrix}-\mathbf{r}_{14}^T\mathbf{C}_{OD}\mathbf{r}_{D4}\omega_{0D}^2+\mathbf{v}_{14}^T\mathbf{v}_{14}\\-\mathbf{r}_{25}^T\mathbf{C}_{OD}\mathbf{r}_{D5}\omega_{0D}^2+\mathbf{v}_{25}^T\mathbf{v}_{25}\end{bmatrix}=0$	$\dot{\boldsymbol{\Phi}}^R=\begin{bmatrix}-\mathbf{r}_{14}^T\mathbf{C}_{OD}\mathbf{r}_{D4}\omega_{0D}^2+\mathbf{v}_{14}^T\mathbf{v}_{14}\\-\mathbf{r}_{25}^T\mathbf{C}_{OD}\mathbf{r}_{D5}\omega_{0D}^2+\mathbf{v}_{25}^T\mathbf{v}_{25}\end{bmatrix}$ 「＝0」は不要
263	式(21.29)	$\boldsymbol{F}'=\begin{bmatrix}\boldsymbol{F}'_{O1}\\ \mathrm{F}'_{O2}\\ \vdots\end{bmatrix}$	$\boldsymbol{F}'=\begin{bmatrix}\boldsymbol{F}'_{O1}\\ \boldsymbol{F}'_{O2}\\ \vdots\end{bmatrix}$ 「$\boldsymbol{F}_{O2}{}'$ 」は斜体
343	23行目	特殊拘束剛体	特殊拘束結合
386	20行目	杉山博之特認助手	杉山博之特任助手

滑らないモデルである。これらの拘束は，速度レベルで 13.6 節の式(13.33)のように表された。

$$\mathbf{V}_{\mathrm{OA}}-(\mathbf{I}_3-\mathbf{D}_{\mathrm{Z}}\mathbf{D}_{\mathrm{Z}}^T)\mathbf{C}_{\mathrm{OA}}\tilde{\mathbf{r}}_{\mathrm{AQ}}\boldsymbol{\Omega}'_{\mathrm{OA}}=\mathbf{0} \tag*{【13.33】}$$

点 Q は瞬間接触点で，その位置 $\mathbf{r}_{\mathrm{AQ}}$ は次のとおりである。

$$\mathbf{r}_{\mathrm{AQ}}=-\mathbf{C}_{\mathrm{OA}}^T\mathbf{D}_{\mathrm{Z}}\rho \tag{18.27}$$

この式の右辺は接触点の位置 $\mathbf{r}_{\mathrm{AP}}$ の式(13.29)と同じであり，$\mathbf{r}_{\mathrm{AP}}$ は定数ではないが，式(13.33)を作る過程で位置レベルの式を時間微分したとき，$\mathbf{r}_{\mathrm{AQ}}$ は定数とした。

$$\dot{\mathbf{r}}_{\mathrm{AQ}}=\mathbf{0} \tag{18.28}$$

しかし，このような瞬間接触点の考え方は滑り速度に関する関係を導くための便宜的な手段である。式(13.33)をさらに時間微分する前に，式(18.27)を代入して，固定点の役割を終えておく必要がある。

$$\mathbf{V}_{\mathrm{OA}}+\tilde{\mathbf{D}}_{\mathrm{Z}}\mathbf{C}_{\mathrm{OA}}\rho\boldsymbol{\Omega}'_{\mathrm{OA}}=\mathbf{0} \tag{18.29}$$

この作業は，$\mathbf{r}_{\mathrm{AQ}}$ を $\mathbf{r}_{\mathrm{AP}}$ に戻す作業といえる。この式を時間微分すると次の式が得られる。

$$\dot{\mathbf{V}}_{\mathrm{OA}}+\tilde{\mathbf{D}}_{\mathrm{Z}}\mathbf{C}_{\mathrm{OA}}\rho\dot{\boldsymbol{\Omega}}'_{\mathrm{OA}}=\mathbf{0} \tag{18.30}$$

この系の運動学的自由度は 3 であり，$\boldsymbol{\Omega}'_{\mathrm{OA}}$ を独立な一般化速度 $\mathbf{H}$ とすればよい。式(13.29)から，重心の部分速度 $(\mathbf{V}_{\mathrm{OA}})_{\mathrm{H}}$ が次のように得られる。

$$(\mathbf{V}_{\mathrm{OA}})_{\mathrm{H}}=-\tilde{\mathbf{D}}_{\mathrm{Z}}\mathbf{C}_{\mathrm{OA}}\rho \tag{18.31}$$

一方，部分角速度 $(\boldsymbol{\Omega}'_{\mathrm{OA}})_{\mathrm{H}}$ は簡単である。

$$(\boldsymbol{\Omega}'_{\mathrm{OA}})_{\mathrm{H}}=\mathbf{I}_3 \tag{18.32}$$

剛体 A を対象にしたケイン型の運動方程式は次のように書ける。

$$\begin{aligned}&(\mathbf{V}_{\mathrm{OA}})_{\mathrm{H}}^T M_{\mathrm{A}}\dot{\mathbf{V}}_{\mathrm{OA}}+(\boldsymbol{\Omega}'_{\mathrm{OA}})_{\mathrm{H}}^T(\mathbf{J}'_{\mathrm{OA}}\dot{\boldsymbol{\Omega}}'_{\mathrm{OA}}+\tilde{\boldsymbol{\Omega}}'_{\mathrm{OA}}\mathbf{J}'_{\mathrm{OA}}\boldsymbol{\Omega}'_{\mathrm{OA}})\\&\quad=(\mathbf{V}_{\mathrm{OA}})_{\mathrm{H}}^T\mathbf{F}_{\mathrm{OA}}+(\boldsymbol{\Omega}'_{\mathrm{OA}})_{\mathrm{H}}^T\mathbf{N}'_{\mathrm{OA}}\end{aligned} \tag{18.33}$$

この式に，式(18.30)，(18.31)，(18.32)を代入して整理すれば，運動方程式が得られる。

$$(\mathbf{C}_{\mathrm{OA}}^T\tilde{\mathbf{D}}_{\mathrm{Z}}^T\rho^2 M_{\mathrm{A}}\tilde{\mathbf{D}}_{\mathrm{Z}}\mathbf{C}_{\mathrm{OA}}+\mathbf{J}'_{\mathrm{OA}})\dot{\boldsymbol{\Omega}}'_{\mathrm{OA}}+\tilde{\boldsymbol{\Omega}}'_{\mathrm{OA}}\mathbf{J}'_{\mathrm{OA}}\boldsymbol{\Omega}'_{\mathrm{OA}}=\mathbf{C}_{\mathrm{OA}}^T\tilde{\mathbf{D}}_{\mathrm{Z}}\rho\mathbf{F}_{\mathrm{OA}}+\mathbf{N}'_{\mathrm{OA}} \tag{18.34}$$

転動球の幾何学的自由度は 5 であり，一般化座標は，回転姿勢を表すオイラーパラメータ $\mathbf{E}_{\mathrm{OA}}$ と，重心の水平面上の位置，R_{OAX} と R_{OAY}，とするのが適当であ

る。したがって，順動力学解析には次の式を付随させることになる。

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{E}}_{\mathrm{OA}} \\ \dot{R}_{\mathrm{OAX}} \\ \dot{R}_{\mathrm{OAY}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5\mathbf{S}_{\mathrm{OA}}^{T} \\ \mathbf{D}_{\mathrm{Y}}^{T}\mathbf{C}_{\mathrm{OA}}\rho \\ -\mathbf{D}_{\mathrm{X}}^{T}\mathbf{C}_{\mathrm{OA}}\rho \end{bmatrix} \mathbf{\Omega}'_{\mathrm{OA}} \tag{18.35}$$

この式の二行目と三行目は，式(13.29)に$\mathbf{D}_{\mathrm{X}}^{T}$と$\mathbf{D}_{\mathrm{Y}}^{T}$を左から掛けたものである。この式の数は，オイラーパラメータの拘束を差し引くと，幾何学的自由度に等しい。一方，式(18.34)の運動方程式の数は運動学的自由度と同じである。

転動球の運動方程式を立てる場合，瞬間接触点の考え方が役立った。瞬間接触点はタイヤの滑りを計算するときなどにも役立つ便利な概念である。しかし，この転動球の動的シミュレーションはあまり興味深いものではない。ただ，水平面を転がっているだけのアニメーションを作っても面白みが少ないと思う。ボーリング競技の球の挙動解析まで踏み込めば面白くなるが，滑り易さがレーン上で変化することなどを考慮する必要があり，ここで取り上げるには複雑過ぎる。そのような理由からMATLABのプログラムは作らなかったが，次の［Quiz 18.1］に示すような転動球ならばシミュレーションを試してみたくなるかも知れない。この課題は独立な一般化座標にどのような変数を採用するかという点に面白みがある。

Quiz 18.1　**＜球面に内接する転動球＞**　慣性空間に座標系Oを固定し，Z軸の負の向きに重力が作用しているものとする。原点Oを中心とした半径b_{BIG}の大きな球面Bが固定されていて，その球面の内側に一点で接して滑らずに転動する半径b_{SMALL}の小さな球Sを考える（図18.1)。この小球Sの運動範囲は，接触点Pが大球Bの下半分より十分低い位置にある範囲とする。また，小球Sの重心は球の中心にあり，さらに，その点に原点が一致するように座標系が固定されている。この座標系と原点もSと呼ぶ。小球の重心に加わる作用力$\mathbf{F}_{\mathrm{OS}}$は重力だけで，重力の加速度はgであり，作用トルク$\mathbf{N}'_{\mathrm{OS}}$はゼロとする。小球の質量を$M_{\mathrm{S}}$，重心まわりの慣性行列を$\mathbf{J}'_{\mathrm{OS}}$として，小球の運動方程式を示せ。

この課題は一般化座標の選び方に面白みがある。小球Sの運動範囲を大球の上半分にも拡大すると，一般化座標にはどんな変数を用いればよいだろうか。上