

Mathematica の基本操作

ここでは、*Mathematica* の基本的な操作を説明する。より詳しい操作については、各章の解答のノートブック上で説明する。例はすべて *Mathematica* を起動してキーボードから実際に入力し、出力を確認しながら読み進んでほしい。

[1] 数の計算 *Mathematica* を起動すると、ノートブックが画面に現れる。以下において 2 段に分かれている部分は、右の段がモニター上の *Mathematica* ノートブックを示す。このノートブックに、キーボードとマウスを使ってコマンド（命令文）を書き込む（たとえば下の $1+1$ ）。シフトキーを押したままエンターキーを押すと、コマンドが *Mathematica* のカーネルに送られ、入力（インプット）される（このとき、下の $In[1]:=$ のように入力の番号が自動的に表示される）。カーネルでの計算が終わると、その結果が出力（アウトプット）される（たとえば下の $Out[1]=2$ ）。例をいくつか挙げよう。

四則演算は電卓のように入力する。ただし、掛け算は $*$ で、割り算は $/$ で行う。割り算の商は、割り切れない場合には分数で表示される。小数に直したければ、 $In[2]=$ のように $N[]$ を用いる。桁数が大きければ 6 桁の近似値で示されるが、 $In[3]=$ のように桁数の指定もできる。

指数は \wedge で、平方根は $Sqrt[]$ で、円周率 π は Pi で、自然対数の底 e は E で、虚数単位 i は I で表記される。

入力・出力は、右端のセルマークで仕切られている。

$In[1]:= 1 + 1$

$Out[1]= 2$

$In[2]:= N[4 / 7]$

$Out[2]= 0.571429$

$In[3]:= N[4 / 7, 30]$

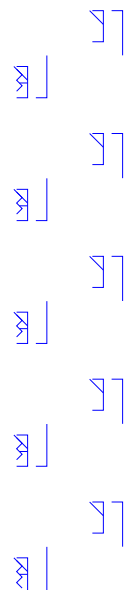
$Out[3]= 0.571428571428571428571428571429$

$In[4]:= 2 ^ 32$

$Out[4]= 4294967296$

$In[5]:= Sqrt[2]$

$Out[5]= \sqrt{2}$



[2] 関数 *Mathematica* にあらかじめ組み込まれている関数は、大文字で始まり、変数はカギ括弧 [] で囲まれる。たとえば $\cos x$ は `Cos[x]` と表記され、 x を $\text{Pi}/3$ で置き換えて `Cos[Pi/3]` と入力すれば、 $\cos \frac{\pi}{3}$ が求められる。関数のグラフは `Plot[]` で描かれる。グラフは、そのままの設定では（デフォルトでは）一定のスタイルで出力されるが、オプションを加えれば出力を調整できる。ユーザが自分で定義した関数も、同様に扱うことができる。

$\sin x, \tan x, e^x, \log x$ も、それぞれ `Sin[x], Tan[x], Exp[x], Log[x]` のように表記される。

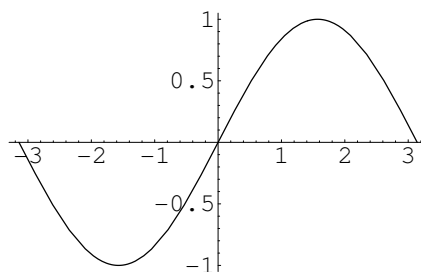
$y = \sin x$ のグラフを描くには、 $y =$ は不要で関数 `Sin[x]` のみを書く、範囲 $-\pi \leq x \leq \pi$ は `{x, -Pi, Pi}` のように書く。*Mathematica* ではカギ括弧 [], 中括弧 { }, マル括弧 ()（計算の優先順位を示す）は厳密に区別される。

図（グラフィックス）の出力は、形状の正確さよりモニター上での図の収まりのよさが優先され、図全体の縦横の比が約 1 : 1.6（黄金分割の比）になる。図を正確に描きたい場合には `In[8]` のように、`Plot[]` のカギ括弧の中の末尾に、`AspectRatio->Automatic` を付け加えればよい。このような追加コマンドをオプションといい、この他にも多数ある。

```
In[6]:= Cos[Pi / 3]
```

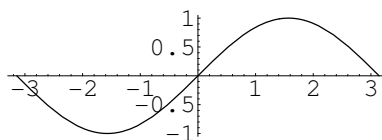
```
Out[6]= 1/2
```

```
In[7]:= Plot[Sin[x], {x, -Pi, Pi}]
```



```
Out[7]= -Graphics-
```

```
In[8]:= Plot[Sin[x], {x, -Pi, Pi},
            AspectRatio->Automatic]
```



```
Out[8]= -Graphics-
```



ユーザが自分で関数を定義することもできる。たとえば $f(x) = x \sin 4x$ とおくには、`In[9]` のようにする。ユーザが定義する関数の名前は小文字で始め、`f[x_]` のように左辺の変数の後にアンダーラインを引く。

この後は `In[9]` のように特定の点での関数の値を求めたり、`In[10]` のようにグラフを描いたりすることが出来る。この `f[x]` は、*Mathematica* を終了するか、あるいはあらためて `f[x]` を別な関数として定義し直すまで有効である。

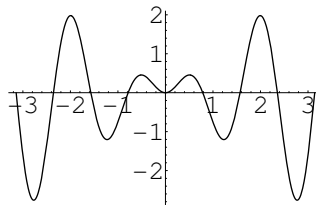
```
In[9]:= f[x_] = x * Sin[4 x]
```

```
Out[9]= x sin(4 x)
```

```
In[10]:= f[Pi / 12]
```

```
Out[10]=  $\frac{\pi}{8\sqrt{3}}$ 
```

```
In[11]:= Plot[f[x], {x, -Pi, Pi}]
```



```
Out[11]= -Graphics-
```

[3] 微積分 $f(x)$ の微分は `D[f[x], x]` で、不定積分は `Integrate[f[x], x]` で、 a から b までの定積分は `Integrate[f[x], {x, a, b}]` で計算される。

微分 $\frac{d}{dx}f(x)$ ，不定積分 $\int f(x) dx$ ，および定積分 $\int_0^{\pi/2} f(x) dx$ の計算を示す。

積分の結果は必ずしも既知の関数で表現できるとは限らない。そのような場合には、定積分に関しては数値積分 `NIntegrate[f[x], {x, a, b}]` を用いれば、積分の値の近似値が得られる（`N=numerical` 数値的）。

```
In[12]:= D[f[x], x]
```

```
Out[12]= 4 x cos(4 x) + sin(4 x)
```

```
In[13]:= Integrate[f[x], x]
```

```
Out[13]=  $\frac{1}{16} \sin(4 x) - \frac{1}{4} x \cos(4 x)$ 
```

```
In[14]:= Integrate[f[x], {x, 0, Pi / 2}]
```

```
Out[14]=  $-\frac{\pi}{8}$ 
```

[4] 方程式 方程式 $f(x) = 0$ は, `Solve[f[x]==0,x]` の形で入力することによって解くことが出来る．等号が二重になっている点に注意．厳密解が求められない場合には, `NSolve[f[x]==0,x]` によって近似解が求められる．解が無数にある場合などには, `FindRoot[f[x]==0,{x,a}]` を用いて, $x = a$ の近くの解の近似値を求めることができる．

$$x^3 - x^2 + x - 1 = 0$$

$$x = \pm i, 1$$

```
In[15]:= Solve[
          x^3 - x^2 + x - 1 == 0, x]
```

```
Out[15]= {{x -> -i}, {x -> i}, {x -> 1}}
```

$$x^5 - x^3 + x - 1 = 0 \text{ の近似解}$$

$$x = 1.01891 \pm 0.602565 i, \\ 0.518913 \pm 0.66661 i, \\ 1$$

```
In[16]:= NSolve[
          x^5 - x^3 + x - 1 == 0, x]
```

```
Out[16]= {{x -> -1.01891 - 0.602565 i},
          {x -> -1.01891 + 0.602565 i},
          {x -> 0.518913 - 0.66661 i},
          {x -> 0.518913 + 0.66661 i},
          {x -> 1.}}
```

$$\sin^2 x - e^x - 0.3 = 0 \text{ の } x = -1$$

の付近での近似解

$$x = -0.968969$$

```
In[17]:= FindRoot[
          Sin[x]^2 - Exp[x] - 0.3 == 0,
          {x, -1}]
```

```
Out[17]= {x -> -0.968969}
```

[5] アニメーション *Mathematica* はアニメーションを作成できる．2次元または3次元のグラフィックスを描くコマンドに文字のパラメータを入れておき, そのパラメータの値を少しずつ変えてグラフィックスを描き, それを連続的に提示すればアニメーションとなる．多くのグラフィックスを描くためのコマンドとして, `Do[]` を用いる．ここでは, 曲面の例を考える．

まず, 2変数の関数 $z = f(x, y)$ は曲面を表す(詳細は第5章で述べるので, ここでは大雑把に考えておけばよい)．曲面を描くコマンドは, `Plot3D[f[x,y], {x,a,b},{y,a,b}]` である．3Dは3次元(three dimensional)を, $\{x,a,b\}$ は変数 x の範囲を, $\{y,a,b\}$ は変数 y の範囲を表す．

In[18] では、関数 $z = \sin x \cos y$ のグラフを、 $-\pi \leq x \leq \pi, -\pi \leq y \leq \pi$ の範囲で描く。

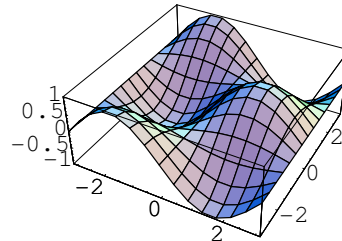
次に、この関数の x を $x - a$ で置き換えた関数 $z = \sin(x - a) \cos y$ を考える。この関数のグラフは、もとの関数のグラフを x 軸方向に a だけ平行移動したものである。この a を 0 から 2π まで $\pi/12$ の間隔で動かしたアニメーションを作りたい。

そのため、In[18] の x を $x - a$ で置き換えたコマンド全体を Do[, {a, 0, 2Pi, Pi/12}] で囲む。 $a = 0$ と $a = 2\pi$ とは実際には同じ画面になるので、{a, 0, 2Pi - Pi/12, Pi/12} としてある。

このコマンドを実行すると、24 コマのシーンが得られる。24 コマをまとめているセルマーク(3 列あるセルマークの真ん中)をクリックすると、最初の画面の下に全部のコマが束ねられ、右図のような状態となる。この状態で、矢印のついたセルマークを選択し、メニューバーの Cell のプルダウン・メニューから Animate Celected Graphics を選択すれば、アニメーションが開始する。

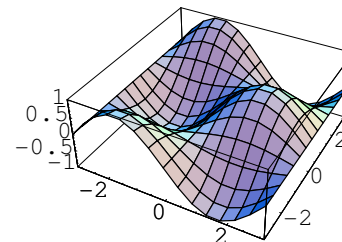
アニメーションの開始とともにノートブック左下に現れる操作ボタンをクリックすれば、一時停止やスピードの調整ができる。

```
In[18]:= Plot3D[Sin[x] * Cos[y],
               {x, -Pi, Pi}, {y, -Pi, Pi}]
```



Out[18]= - SurfaceGraphics -

```
In[19]:= Do[
  Plot3D[Sin[x - a] * Cos[y],
    {x, -Pi, Pi},
    {y, -Pi, Pi}], {a, 0,
  2 Pi - Pi / 12, Pi / 12}]
```



問題．曲面 $z = \frac{1}{3} \sin x \cos y$ ($-2\pi \leq x \leq 2\pi, -2\pi \leq y \leq 2\pi$) を描け．オプションとして PlotPoints->{30,30}, BoxRatios->Automatic, Axes->None, Mesh->False, PlotRange->{-4,2} を次々に追加していったらどうなるか確認せよ．さらに関数を $z = \frac{1}{3} \sin(x + a) \cos y$ で置き換え、 a を 0 から $2\pi - \frac{\pi}{12}$ まで $\frac{\pi}{12}$ の間隔で動かしたアニメーションを作れ．