第 5 章　三角関数の基本

演習問題 5.1

1.　① $Y=\frac{\pi}{180}\cdot 45=\frac{1}{4}\pi$

　② $Y=\frac{\pi}{180}\cdot 120=\frac{2}{3}\pi$

　③ $X=\frac{180}{\pi}\cdot\frac{3}{4}\pi=135$

　④ $X=\frac{180}{\pi}\cdot\frac{4}{5}\pi=144$

　⑤ $X=\frac{180}{\pi}\cdot\frac{5}{2}\pi=450$

2.　$X=20\cos 30^\circ \fallingdotseq 10\ \mathrm{cm}$
　$Y=20\sin 30^\circ=17.3\ \mathrm{cm}$

3.　式(5.8)の余弦定理より，

$$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{40^2+50^2-23^2}{2(40\times 50)}=\frac{3571}{4000}\fallingdotseq 0.893$$

4.　図 5.2（63 ページ）の三角形において

$$\sin^2\theta+\cos^2\theta=\left(\frac{a}{c}\right)^2+\left(\frac{b}{c}\right)^2=\frac{a^2+b^2}{c^2}$$

一方，ピタゴラスの定理より，$a^2+b^2=c^2$
よって，$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ が成立する．

5.

関数	第 1 象限	第 2 象限	第 3 象限	第 4 象限
$\sin\theta$	正	正	負	負
$\cos\theta$	正	負	負	正
$\tan\theta$	正	負	正	負

演習問題 5.2

1.　$e=2Blv\sin\theta$ より $\sin\theta=1$，つまり $\theta=90^\circ$，のときの
　$e=2\times 0.8\times 0.4\times 75\times 1=48\ V$ が起電力の最大値である．

2.　$1:40\pi=0.05:x$ より，$x=2\pi$〔rad〕

3.　$E_m=141\ \mathrm{V}$
　$\omega=2\pi f=30\pi$ より，$f=15\ \mathrm{Hz}$

4.　$e=50\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)$〔V〕

演習問題 5.3

2.　余弦定理（68 ページ式(5.8)）より

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

$\overline{BC} = 3^2 + 4^2 - 2(3\times4)\cos 45^\circ \fallingdotseq 8.03$

$\overline{BC} \fallingdotseq 2.83\mathrm{cm}$

正弦定理（67 ページ式(5.7)）より

$$\frac{b}{\sin B} = \frac{a}{\sin A}$$

$$\sin B = \frac{b}{a}\sin A = \frac{3}{2.83}\sin 45^\circ \fallingdotseq 0.75$$

$\angle B = \sin^{-1} 0.75 \fallingdotseq 48.59^\circ$　2.8 cm，48.6°

3.　$50 = 100\sin\omega t$ より

$$\sin^{-1}\frac{50}{100} = \frac{\pi}{6}\,[\mathrm{rad}]$$

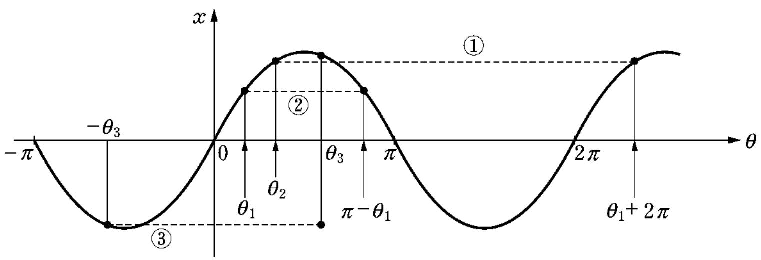
4.　$\theta = \cos^{-1}\dfrac{R}{Z} = \cos^{-1}\dfrac{20}{30} \fallingdotseq 48.2^\circ$

章末問題 5

1.　$180 : \pi = X : Y$ より

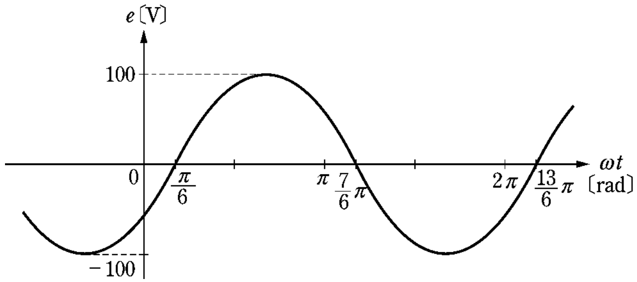
$$X\,[^\circ] = \frac{180}{\pi}Y\,[\mathrm{rad}]$$

2.



3．①　e の位相は，e' より $\dfrac{\pi}{6}$〔rad〕遅れている．

②



③　$\sin^{-1}\dfrac{70.7}{100}=\omega t-\dfrac{\pi}{6}$ より，$\omega t=\dfrac{5}{12}\pi$〔rad〕

4．余弦定理（68 ページ式(5.8)）より

$$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$$

また，$\sin^2 B+\cos^2 B=1$ より

$$\sin B=\sqrt{1-\cos^2 B}=\sqrt{(1+\cos B)(1-\cos B)}$$

$$=\sqrt{\left(\frac{2ac+a^2+c^2-b^2}{2ac}\right)\left(\frac{2ac-a^2-c^2+b^2}{2ac}\right)}$$

$$=\sqrt{\frac{\{(a+c)^2-b^2\}\{b^2-(a-c)^2\}}{(2ac)^2}}$$

$$=\sqrt{\frac{(a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)(-a+b+c)}{(2ac)^2}}$$

ここで，$s=\dfrac{a+b+c}{2}$ とすると

$$a+b+c=2s$$

$$a-b+c=2s-2b=2(s-b)$$

$$a+b-c=2s-2c=2(s-c)$$

$$-a+b+c=2s-2a=2(s-a)$$

よって，

$$\sin B=\sqrt{\frac{2s\cdot 2(s-b)\cdot 2(s-c)\cdot 2(s-a)}{(2ac)^2}}$$

$$=\frac{2\sqrt{s(s-b)(s-c)(s-a)}}{ac}$$

上式を問題で与えられた式に代入するとヘロンの公式が得られる．

$$S=\frac{1}{2}ca\sin B=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$