

第7章 三相交流

問

7・1 三相起電力のベクトルと記号式

問1 (a) 瞬時値を表す式は、式(7・4)から、

$$e_a = E_m \sin \omega t = 200\sqrt{2} \sin \omega t \text{ [V]}$$

$$e_b = E_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) = 200\sqrt{2} \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \text{ [V]}$$

$$e_c = E_m \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) = 200\sqrt{2} \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \text{ [V]}$$

(b) 記号式で表す式は、式(7・5)から、

$$\dot{E}_a = E = 200 \text{ [V]}$$

$$\dot{E}_b = E \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 200 \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -100 - j100\sqrt{3} \text{ [V]}$$

$$\dot{E}_c = E \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 200 \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -100 + j100\sqrt{3} \text{ [V]}$$

問2 式(7・6)および式(7・5)から、

$$\dot{E}_a = E = 200 \text{ [V]}$$

$$\dot{E}_b = E \varepsilon^{j\frac{2\pi}{3}} = E \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -100 + j100\sqrt{3} \text{ [V]}$$

$$\dot{E}_c = E \varepsilon^{-j\frac{2\pi}{3}} = E \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -100 - j100\sqrt{3} \text{ [V]}$$

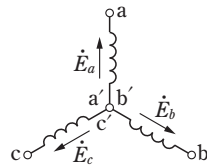
7・2 三相の結線法と電圧・電流の関係

問1 正しい結線図は、解図1のようになる。

問2 線間電圧を V 、相電流を I' とすれば、

式(7・12)から、

$$I' = \frac{V}{Z} = \frac{200}{20} = 10 \text{ [A]}$$



解図1

また、線電流を I とすれば、式(7.15)から、

$$I = \sqrt{3}I' = \sqrt{3} \times 10 = 17.3 \text{ [A]}$$

問3 星形結線の場合、線間電圧を V 、相電圧を V' とすれば、式(7.10)から、

$$V' = \frac{V}{\sqrt{3}} = \frac{200}{\sqrt{3}}$$

また、線電流を I 、1個の抵抗を R とすれば、

$$R = \frac{V'}{I} = \frac{200}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{10} = \frac{20}{\sqrt{3}} \doteq 11.5 \text{ [\Omega]}$$

問4 Y結線の場合の線間電圧と相電圧の関係は、

$$\dot{V}_{ab} = \dot{E}_a = E_a = 200 \text{ [V]}$$

$$\dot{V}_{bc} = \dot{E}_b = E_a \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 200 \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = -100 + j100\sqrt{3}$$

$$\therefore |\dot{V}_{bc}| = \sqrt{100^2 + (100\sqrt{3})^2} = 200 \text{ [V]}$$

$$\dot{V}_{ca} = -(\dot{E}_a + \dot{E}_b) = (200 - 100 - j100\sqrt{3}) = -100 + j100\sqrt{3}$$

$$\therefore |\dot{V}_{ca}| = \sqrt{100^2 + (100\sqrt{3})^2} = 200 \text{ [V]}$$

したがって、

$$V_{ab} = V_{bc} = V_{ca} = 200 \text{ [V]}$$

次に、負荷の相電圧を V' とすれば、線電流 I は、

$$I = \frac{V'}{R} = \frac{V_{ab}}{\sqrt{3}R} = \frac{200}{\sqrt{3} \times 10} = \frac{20}{\sqrt{3}} \doteq 11.5 \text{ [A]}$$

$$\therefore I = I_a = I_b = I_c = 11.5 \text{ [A]}$$

7.3 三相交流の電力と力率

問1 線間電圧を V 、相電圧を V' とすれば、

$$V' = \frac{V}{\sqrt{3}} = \frac{200}{\sqrt{3}} \text{ [V]}$$

また、負荷一相のインピーダンスを Z 、線電流を I とすれば、

$$I = \frac{V'}{Z} = \frac{V'}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{200/\sqrt{3}}{\sqrt{6^2 + 8^2}} = \frac{200}{\sqrt{3} \times 10} = \frac{20}{\sqrt{3}} \text{ [A]}$$

ゆえに、一相の電力を P' 、三相電力を P とすれば、式(7.17)'から、

$$P' = I^2 R = \left(\frac{20}{\sqrt{3}} \right)^2 \times 6 = \frac{400}{3} \times 6 = 800 \text{ [W]}$$

$$\therefore P=3P'=3\times 800=2\,400\text{ [W]}=2.4\text{ [kW]}$$

問2 単相変圧器2台をV結線にしたときの出力 P は、式(7.21)から、

$$P=30\times\sqrt{3}=51.96\text{ [kVA]}$$

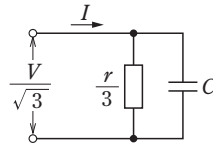
7.4 平衡三相交流回路の計算

問1 式(7.24)を用いて、 $\Delta\rightarrow Y$ 変換すればよい。したがって、

$$R_a=\frac{R_1}{3}$$

問2 図7.47の Δ 結線された抵抗負荷を $\Delta\rightarrow Y$ 変換し、その等価単相回路を描くと解図2のようになる。この図からインピーダンス \dot{Z} は、

$$\begin{aligned}\dot{Z} &= \frac{\frac{r}{3}\times\frac{1}{j\omega C}}{\frac{r}{3}+\frac{1}{j\omega C}} = \frac{r}{3j\omega C}\times\frac{3j\omega C}{3+j\omega Cr} \\ &= \frac{r}{3+j\omega Cr}\end{aligned}$$



解図2

ゆえに、線電流 \dot{I} は、

$$\dot{I} = \frac{V}{\dot{Z}} = \frac{V}{\sqrt{3}} \times \frac{3+j\omega Cr}{r} = \frac{V}{\sqrt{3}} \left(\frac{3}{r} + j\omega C \right)$$

$$\therefore I = \frac{V}{\sqrt{3}} \sqrt{\left(\frac{3}{r}\right)^2 + (\omega C)^2} = \frac{V}{\sqrt{3}} \sqrt{\left(\frac{3}{r}\right)^2 + (2\pi fC)^2} \text{ [A]}$$

また、一相の電力を P' 、全電力を P とすれば、

$$P' = \left(\frac{V/\sqrt{3}}{r/3} \right)^2 \frac{r}{3} = \left(\frac{V}{\sqrt{3}} \times \frac{3}{r} \right)^2 \frac{r}{3} = \frac{V^2}{r} \text{ [W]}$$

$$\therefore P=3P'=3\frac{V^2}{r} \text{ [W]}$$

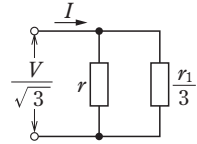
問3 図7.48(a)の等価単相回路は、解図3のようになる。この図から合成抵抗を R とすれば、

$$R = \frac{r \times \frac{r_1}{3}}{r + \frac{r_1}{3}} = \frac{rr_1}{3r + r_1}$$

ゆえに、線電流 I は、

$$I = \frac{V/\sqrt{3}}{R} = \frac{V}{\sqrt{3}} \times \frac{3r+r_1}{rr_1} = \frac{200}{\sqrt{3}} \times \frac{3 \times 4 + 12}{48}$$

$$= \frac{200 \times 24}{48\sqrt{3}} = 57.7 \text{ [A]}$$



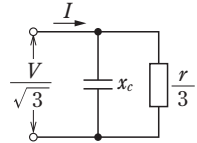
解図 3

図 7・48 (b) の等価単相回路は、解図 4 のようになる。この図からインピーダンス Z は、

$$\dot{Z} = \frac{-j \frac{rx_c}{3}}{\frac{r}{3} - jx_c} = \frac{-jrx_c}{r - j3x_c} = \frac{-j48}{12 - j12} = \frac{-j48(12 + j12)}{12^2 + 12^2} = \frac{576 - j576}{288}$$

$$= \frac{1}{288} (576 - j576)$$

$$Z = \frac{1}{288} \sqrt{576^2 + 576^2} = 2.8 \text{ [\Omega]}$$



解図 4

ゆえに、線電流 I は、

$$I = \frac{V/\sqrt{3}}{Z} = \frac{200}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{2.8} = 41.2 \text{ [A]}$$

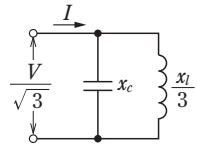
図 7・48 (c) の等価単相回路は、解図 5 のようになる。この図からインピーダンス Z は、

$$\dot{Z} = \frac{\frac{x_l x_c}{3}}{j \left(\frac{x_l}{3} - x_c \right)} = -j \frac{x_l x_c}{x_l - 3x_c} = \frac{-j72}{24 - 9} = -j \frac{72}{15} = -j4.8$$

$$Z = 4.8 \text{ [\Omega]}$$

ゆえに、線電流 I は、

$$I = \frac{V/\sqrt{3}}{Z} = \frac{200}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{4.8} = 24.1 \text{ [A]}$$

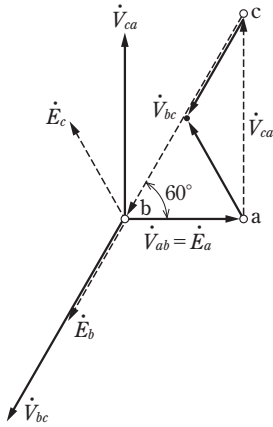


解図 5

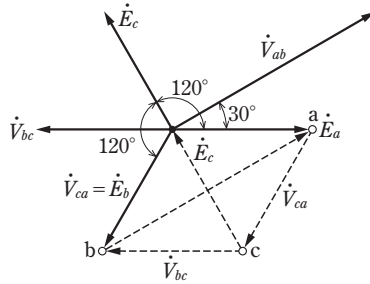
復習
問題

基本問題

1. 端子 a-b 間, b-c 間, c-a 間の電圧をそれぞれ \dot{V}_{ab} , \dot{V}_{bc} , \dot{V}_{ca} とすれば、解図 6 のようなベクトル図になる。



解図 6



解図 7

2. (a) 電圧のベクトル図を描くと、解図 7 のようになる。

(b) 端子 a-b 間, b-c 間, c-a 間の電圧を \dot{V}_{ab} , \dot{V}_{bc} , \dot{V}_{ca} とすれば、ベクトル図から、

$$V_{ab} = |\dot{V}_{ab}| = |\dot{E}_a - \dot{E}_b| = \sqrt{3} \times 200 \doteq 346.4 \text{ [V]}$$

$$V_{bc} = |\dot{V}_{bc}| = |\dot{E}_a| = |\dot{E}_c| = 200 \text{ [V]}$$

$$V_{ca} = |\dot{V}_{ca}| = |\dot{E}_a| = |\dot{E}_c| = 200 \text{ [V]}$$

3. Δ 結線の場合の相電流と線電流の関係は、式 (7・15) から、

$$I = \sqrt{3} I' = \sqrt{3} \times 20 \doteq 34.64 \text{ [A]}$$

4. 星形結線した場合 相電流 I' および線電流 I は、

$$I' = I = \frac{V'}{Z} = \frac{200/\sqrt{3}}{\sqrt{12^2 + 16^2}} = \frac{200}{20\sqrt{3}} = 5.77 \text{ [A]}$$

三角結線した場合 相電流 I' および線電流 I は、

$$I' = \frac{V}{Z} = \frac{200}{\sqrt{12^2 + 16^2}} = \frac{200}{20} = 10 \text{ [A]}$$

$$I = I' \times \sqrt{3} = 10 \times \sqrt{3} \doteq 17.32 \text{ [A]}$$

負荷の力率 $\cos \theta$ は、

$$\cos \theta = \frac{R}{Z} = \frac{12}{\sqrt{12^2 + 16^2}} = 0.6 \quad (60\%)$$

5. 図 7・55 (a) の星形結線の場合

(a) 線間電圧を V とすれば、相電流 I' は、

$$I' = \frac{V/\sqrt{3}}{R} = \frac{100}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{20} \doteq 2.89 \text{ [A]}$$

(b) 線電流 I は,

$$I = I' \doteq 2.89 \text{ [A]}$$

(c) 相電圧 V' は,

$$V' = \frac{V}{\sqrt{3}} = \frac{100}{\sqrt{3}} \doteq 57.74 \text{ [V]}$$

(d) 全消費電力 P は, 式(7・17)' から,

$$P = 3I^2R = 3 \times \left(\frac{100}{20\sqrt{3}} \right)^2 \times 20 = 500 \text{ [W]}$$

図 7・55 (b) の三角結線の場合

(a) 線間電圧を V とすれば, 相電流 I' は,

$$I' = \frac{V}{R} = \frac{100}{20} = 5 \text{ [A]}$$

(b) 線電流 I は, 式(7・15) から,

$$I = \sqrt{3}I' = \sqrt{3} \times 5 \doteq 8.66 \text{ [A]}$$

(c) 相電圧 V' は,

$$V' = V = 100 \text{ [V]}$$

(d) 全消費電力 P は,

$$P = 3I^2R = 3 \times 5^2 \times 20 = 1500 \text{ [W]}$$

6. 等価単相回路は, 解図 8 のようになる。相電圧を V' とすると,

$$V' = 6000/\sqrt{3} \text{ [V]}$$

$$\therefore I = \frac{V'}{|Z|} = \frac{6000/\sqrt{3}}{30} \doteq 115.5 \text{ [A]}$$

7. 負荷一相のインピーダンス Z の大きさは,

$$Z = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ } [\Omega]$$

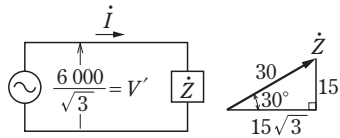
相電圧を V' とすれば, 負荷の相電流 I' は,

$$I' = \frac{V'}{Z} = \frac{200}{10} = 20 \text{ [A]}$$

線電流 I は, 式(7・15) から,

$$I = \sqrt{3}I' = \sqrt{3} \times 20 \doteq 34.6 \text{ [A]}$$

線間電圧 V は,



解図 8

$$V = V' = 200 \text{ [V]}$$

発展問題

1. (a) 負荷の相電圧を V' とすれば、線電流 I は、

$$\begin{aligned} I &= \frac{V'}{Z} = \frac{208}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{3.6 + j4.8} = 120 \times \frac{3.6 - j4.8}{3.6^2 + 4.8^2} \\ &= \frac{432 - j576}{36} = 12 - j16 \text{ [A]} \end{aligned}$$

$$\therefore |I| = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20 \text{ [A]}$$

- (b) 電源の相電流 I' は、式(7・15)の関係から、

$$I' = \frac{I}{\sqrt{3}} = \frac{20}{\sqrt{3}} \doteq 11.55 \text{ [A]}$$

2. 図7・57の負荷 Z を Δ - Y 変換し、一相のインピーダンス Z' は、

$$Z' = \frac{Z}{3} = \frac{6.8 + j5.1}{3}$$

ゆえに、相電圧は $V' = 200$ [V] であるから、

$$I = \frac{V'}{Z'} = \frac{200}{|Z'|} = 200 \times \frac{3}{\sqrt{6.8^2 + 5.1^2}} = \frac{600}{8.5} \doteq 70.6 \text{ [A]}$$

3. 一相のインピーダンス Z の大きさ Z は、

$$Z = \sqrt{36^2 + 48^2} = 60 \text{ [\Omega]}$$

相電圧を V' とすれば、負荷の相電流 I' は、

$$I' = \frac{V'}{Z} = \frac{200}{60} = \frac{10}{3} \doteq 3.33 \text{ [A]}$$

ゆえに、全電力 P は、式(7・17)'から、

$$P = 3I'^2 R = 3 \times \left(\frac{10}{3}\right)^2 \times 36 = 1200 \text{ [W]} = 1.2 \text{ [kW]}$$

また、全無効電力 Q は、式(7・19)'から、

$$Q = 3I'^2 X = 3 \times \left(\frac{10}{3}\right)^2 \times 48 = 1600 \text{ [var]} = 1.6 \text{ [kvar]}$$

4. 図7・58のヒータは電源から見ると Δ 結線されている。

- (a) 各ヒータの抵抗 R は、120V加わって10A流れるから、

$$R = \frac{120}{10} = 12 \text{ [\Omega]}$$

- (b) 線電流 I 、すなわち電流計④の読みは、相電流が $I' = 10$ [A] ゆえ、

$$I = \sqrt{3} I' = \sqrt{3} \times 10 \doteq 17.32 \text{ [A]}$$

(c) 全電力 P は、式 (7・17)' から、

$$P = 3I^2 R = 3 \times 10^2 \times 12 = 3600 \text{ [W]} = 3.6 \text{ [kW]}$$

5. $|\dot{I}'| = \frac{210}{|5\sqrt{3} + j5|} = \frac{210}{10} = 21 \text{ [A]}$

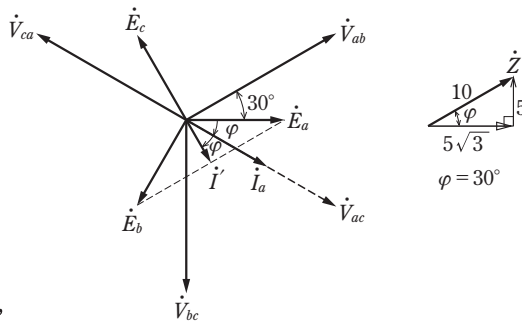
$$|\dot{I}_a| = \sqrt{3} |\dot{I}'| = 21\sqrt{3} \text{ [A]}$$

ベクトル図 (解図 9) は \dot{E}_a 基準で描いてあるが、 \dot{V}_{ab} 基準では、 \dot{I}' は \dot{V}_{ac} より 30° 位相が遅れているので、

$$\dot{I}' = 21 \angle -90^\circ = -j21 \text{ [A]}$$

\dot{I}_a は \dot{E}_a より負荷角 30° 遅れており、 \dot{V}_{ab} よりは 60° 遅れているので、

$$\dot{I}_a = 21\sqrt{3} \angle -60^\circ = 21 \times \frac{1}{2} - j21 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \doteq 10.5 - j18.2 \text{ [A]}$$



6. 相電圧 V' は、

$$V' = \frac{300}{\sqrt{3}} \doteq 173.2 \text{ [V]}$$

解図 9

相電流 $I' =$ 線電流 I であるから、負荷一相のインピーダンス Z は、

$$Z = \frac{V'}{I'} = \frac{173.2}{20} = 8.66 \text{ } [\Omega]$$

ゆえに、負荷の抵抗 R は、力率を $\cos \theta$ とすれば、

$$R = Z \cos \theta = 8.66 \times 0.8 = 6.93 \text{ } [\Omega]$$

また、負荷のリアクタンス X は、無効力率を $\sin \theta$ とすれば、

$$X = Z \sin \theta = 8.66 \times 0.6 = 5.2 \text{ } [\Omega]$$

7. 負荷一相のインピーダンスの大きさ Z は、

$$Z = \sqrt{24^2 + 18^2} = 30 \text{ } [\Omega]$$

(a) 負荷の相電圧を V' とすれば、回路の電流 I は、

$$I = \frac{V'}{Z} = \frac{200/\sqrt{3}}{30} = \frac{200}{30\sqrt{3}} \doteq 3.85 \text{ [A]}$$

(b) 電源の相電流の大きさ I' は、

$$I' = \frac{I}{\sqrt{3}} = \frac{3.85}{\sqrt{3}} = 2.22 \text{ [A]}$$

(c) 負荷の力率 $\cos \theta$ は、負荷一相の抵抗分を R とすれば、

$$\cos \theta = \frac{R}{Z} = \frac{24}{30} = 0.8 \quad (80\%)$$

(d) 負荷の全消費電力 P は、式 (7.17)' から、

$$P = 3I^2R = 3 \times 3.85^2 \times 24 \doteq 1067 \text{ [W]} = 1.067 \text{ [kW]}$$

チャレンジ問題

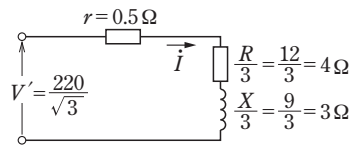
1. 図 7.61 の等価単相回路は、解図 10

のようになる。

(a) 線電流 I は、

$$I = \frac{220/\sqrt{3}}{\sqrt{(0.5+4)^2+3^2}}$$

$$= \frac{220}{\sqrt{3} \times \sqrt{29.25}} = \frac{220}{\sqrt{87.75}} = 23.49 \text{ [A]}$$



解図 10

(b) 相電流 I' は、

$$I' = \frac{I}{\sqrt{3}} = \frac{23.49}{\sqrt{3}} = 13.56 \text{ [A]}$$

(c) a'-b' 間の電圧を $V_{a'b'}$ とすれば、

$$V_{a'b'} = \sqrt{R^2 + X^2} \cdot I'$$

$$= \sqrt{12^2 + 9^2} \times 13.56 = 203.4 \text{ [V]}$$

(d) 負荷の全電力 P は、式 (7.17)' から、

$$P = 3I'^2R = 3 \times 13.56^2 \times 12 \doteq 6619 \text{ [kW]}$$

2. Δ 結線であるから、線間電圧 V = 相電圧 V' となり、

$$V_{ab} = V_{bc} = V_{ca} = V' = 200 \text{ [V]}$$

また、相電流 I' は、

$$I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = I' = 20 \text{ [A]}$$

(a) 線電流 I は、

$$I = \sqrt{3}I' = \sqrt{3} \times 20 \doteq \mathbf{34.64} \text{ [A]}$$

(b) 負荷一相のインピーダンス Z は,

$$Z = \frac{V'}{I'} = \frac{200}{20} = \mathbf{10} \text{ } [\Omega]$$

(c) 負荷の力率 $\cos \theta$ は, 相電圧と相電流の位相差が $\frac{\pi}{6}$ であるから,

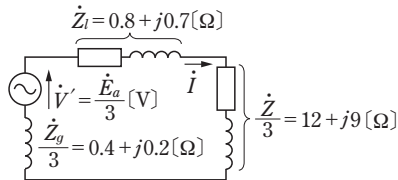
$$\cos \frac{\pi}{6} = \mathbf{0.866} \text{ (86.6\% 遅れ力率)}$$

(d) 負荷の三相電力 P は, 式(7・17)から,

$$\begin{aligned} P &= 3V'I' \cos \theta = 3 \times 200 \times 20 \times 0.866 = 10\,392 \text{ [W]} \\ &= \mathbf{10.392} \text{ [kW]} \end{aligned}$$

3. 図7・63の等価単相回路は, 解図11のようになる。この図から, 合成インピーダンス \dot{Z}_0 の大きさは,

$$\begin{aligned} Z_0 &= \sqrt{(0.4+0.8+12)^2 + (0.2+0.7+9)^2} \\ &= \sqrt{13.2^2 + 9.9^2} = \mathbf{16.5} \text{ } [\Omega] \end{aligned}$$



解図 11

(a) 線電流を I , 相電流を I' とすれば,

$$I = \frac{V'}{Z_0} = \frac{220}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{16.5} \doteq \mathbf{7.70} \text{ [A]}$$

$$I' = \frac{I}{\sqrt{3}} = \frac{220}{3 \times 16.5} \doteq \mathbf{4.44} \text{ [A]}$$

(b) 負荷の両端の電圧を V_{ab} とすれば,

$$V_{ab} = ZI' = \sqrt{36^2 + 27^2} \times 4.44 = \mathbf{200} \text{ [V]}$$

(c) 負荷の全消費電力 P は, 負荷一相の抵抗分を R とすれば,

$$P = 3I'^2 R = 3 \times \left(\frac{7.698}{\sqrt{3}} \right)^2 \times 36 = 2\,133 \text{ [W]} = \mathbf{2.133} \text{ [kW]}$$