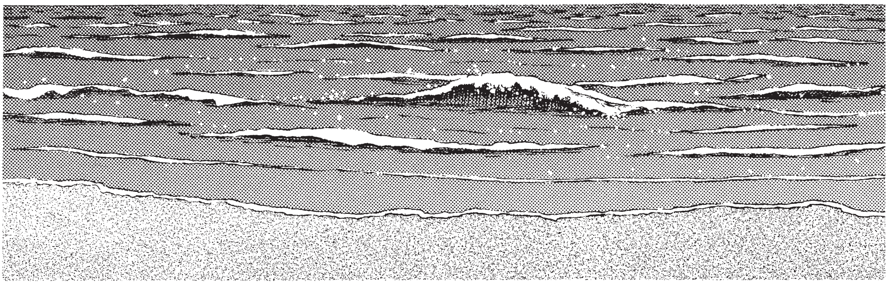
問および復習問題の解答



第6章　記号法による交流回路の計算

問

6・1　複素数とベクトル

問1　j を掛けると 90° 進み，$-j$ を掛けると 90° 遅らせることができる。

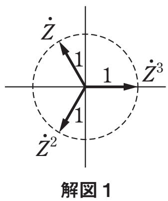
$$\therefore\quad \dot{Z}_2 = j(3+j4) = \mathbf{-4+j3}$$

$$\dot{Z}_3 = -j(3+j4) = \mathbf{4-j3}$$

問2　教科書の式(6・20)を参照。

$$\dot{Z}^2 = \varepsilon^{j\frac{2\pi}{3}} \cdot \varepsilon^{j\frac{2}{3}\pi} = \varepsilon^{\left(j\frac{2}{3}\pi + j\frac{2\pi}{3}\right)} = \varepsilon^{j\frac{4\pi}{3}} = \boldsymbol{\varepsilon^{-j\frac{2\pi}{3}}}$$

$$\dot{Z}^3 = \dot{Z}^2 \cdot \dot{Z} = \varepsilon^{-j\frac{2\pi}{3}} \cdot \varepsilon^{\frac{2\pi}{3}} = \varepsilon^{\left(-j\frac{2\pi}{3} + j\frac{2\pi}{3}\right)} = \varepsilon^0 = \mathbf{1}$$



解図1

または，$\dot{Z} = \varepsilon^{j\frac{2\pi}{3}} = 1\angle 120°$ であるから，

$$\dot{Z}^2 = 1^2\angle(120° + 120°) = 1\angle 240° = 1\angle -120°$$

$$\dot{Z}^3 = 1^3\angle(120° + 120° + 120°) = 1\angle 360° = 1\angle 0$$

これらをベクトル図で表すと，解図1となる。

問 3　$\dot{V}=2\sqrt{3}+j2$，$\dot{I}=2\varepsilon^{-j\frac{\pi}{6}}=2\angle-30°$ をベクトル図に描くと，次式が得られる。

$$\dot{V}=4\angle 30°,\quad \dot{I}=\sqrt{3}-j$$

したがって，$\overline{\dot{V}}=4\angle-30°$ となる。

$$\therefore\quad \overline{\dot{V}}\dot{I}=(4\angle-30°)(2\angle-30°)=8\angle-60°$$

をベクトル図に描き，

$$\frac{\dot{V}}{\dot{I}}=\frac{4\angle 30°}{2\angle-30°}=\frac{4}{2}\angle(30°+30°)=2\angle 60°$$

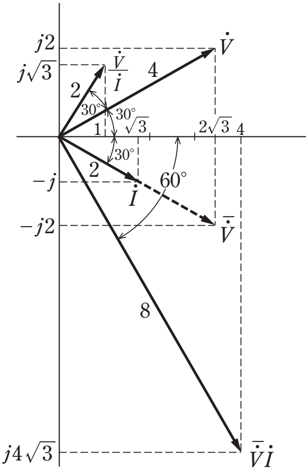
をベクトル図に描く。次に，$a+jb$ 形式で計算すると次式となる。

$$\overline{\dot{V}}\dot{I}=(2\sqrt{3}-j2)(\sqrt{3}-j)=4-j4\sqrt{3}$$

$$=8\varepsilon^{-j\frac{\pi}{3}}=8\angle-60°$$

$$\frac{\dot{V}}{\dot{I}}=\frac{2\sqrt{3}+j2}{\sqrt{3}-j}=\frac{(2\sqrt{3}+j2)(\sqrt{3}+j)}{3+1}$$

$$=\frac{4+j4\sqrt{3}}{4}=1+j\sqrt{3}=2\varepsilon^{j\frac{\pi}{3}}=2\angle 60°$$



解図 2

負荷に加わる電圧を $\dot{V}$〔V〕，負荷電流を $\dot{I}$〔A〕とするとき，$\dot{Z}=\dot{V}/\dot{I}$〔Ω〕を負荷の**複素インピーダンス**といい，$\overline{\dot{V}}\dot{I}$ に関しては，$\overline{\dot{V}}\dot{I}$ の実部$=4$〔W〕が負荷の消費電力，$\overline{\dot{V}}\dot{I}$の虚部$=-4\sqrt{3}$〔V·A〕が，負荷の無効電力を表す。なお無効電力の$-$(負) は，遅れ無効電力であることを示す。

6·2　交流回路の計算

問 1　回路のインピーダンス $\dot{Z}=5+j10$〔Ω〕，電流 $\dot{I}=5$〔A〕であるから，

$$\therefore\quad \dot{V}=\dot{Z}\dot{I}=(5+j10)\times 5=\mathbf{25+j50}\ \text{〔V〕}$$

$\dot{V}$ の大きさ $V=|\dot{V}|=\sqrt{25^2+50^2}\fallingdotseq\mathbf{55.9}$〔V〕

位相角　$\theta=\tan^{-1}\left(\frac{50}{25}\right)\fallingdotseq 63.435°\fallingdotseq\mathbf{63°26'}$

問 2　前問の回路でインピーダンス $\dot{Z}=5+j10$〔Ω〕，流れる電流 $\dot{I}=4-j3$〔A〕であるから，

$$\therefore\quad \dot{V}=\dot{Z}\dot{I}=(5+j10)(4-j3)=20+j40-j15+30=\mathbf{50+j25}\ \text{〔V〕}$$

電圧の大きさ $V=|\dot{V}|=\sqrt{50^2+25^2}\fallingdotseq\mathbf{55.9}$〔V〕

位相差 $\theta=\arg\left(\dfrac{\dot{V}}{\dot{I}}\right)=\arg\dot{Z}=\tan^{-1}\left(\dfrac{10}{5}\right)\fallingdotseq\mathbf{63°26'}$

問 3 まず，各回路要素のインピーダンスを求めると，

$$X_L=\omega L=2\pi fL=2\times\pi\times10\times10^3\times1\times10^{-3}\fallingdotseq62.83\,[\Omega]$$

$$X_C=\frac{1}{\omega C}=\frac{1}{2\pi fC}=\frac{1}{2\times\pi\times10\times10^3\times0.2\times10^{-6}}\fallingdotseq79.58\,[\Omega]$$

$$\therefore\quad Z=|\dot{Z}|=\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}=\sqrt{30^2+(62.83-79.58)^2}\fallingdotseq34.36$$

$$\fallingdotseq\mathbf{34.4}\,[\Omega]$$

問 4 $\dot{Z}=16+j12\,[\Omega]$ のときの $\dot{Y}$ は，

$$\dot{Y}=\frac{1}{\dot{Z}}=\frac{1}{16+j12}=\frac{16-j12}{(16+j12)(16-j12)}=\frac{16-j12}{16^2+12^2}$$

$$=\frac{16}{400}-j\frac{12}{400}=\mathbf{0.04-j0.03}\,[\mathrm{S}]$$

問 5 (a) コンダクタンス $G=5\,[\mathrm{mS}]$ に電圧 $V=10\,[\mathrm{V}]$ を加えたときに流れる電流 $I=YV$ である。

$$Z=\frac{1}{Y}=\frac{1}{5\times10^3}\,[\Omega],\quad Y=\frac{1}{Z}$$

$$\therefore\quad I=YV=5\times10^{-3}\times10\,[\mathrm{A}]=\mathbf{50}\,[\mathrm{mA}]$$

(b) アドミタンス Y に流れる電流 $I=YV$ であるから，

$$I=300\times10^{-6}\times2=600\times10^{-6}\,[\mathrm{A}]=\mathbf{0.6}\,[\mathrm{mA}]$$

(c) アドミタンス $Y=I/V$ であるから，

$$Y=\frac{20\times10^{-3}}{12}\,[\mathrm{S}]\fallingdotseq\mathbf{1.67}\,[\mathrm{mS}]$$

問 6 図(a)では，インピーダンス $\dot{Z}$ は，

$$\dot{Z}=\frac{6\times j8}{6+j8}=\frac{j48}{6+j8}=\frac{j48(6-j8)}{100}=\frac{384+j288}{100}=\mathbf{3.84+j2.88}\,[\Omega]$$

$$Z=|\dot{Z}|=\sqrt{3.84^2+2.88^2}=\mathbf{4.8}\,[\Omega]$$

アドミスタンス $\dot{Y}$ は，

$$\dot{Y}=\frac{1}{6}-j\frac{1}{8}\fallingdotseq\mathbf{0.167-j0.125}\,[\mathrm{S}]$$

$\therefore$ 大きさ $Y=|\dot{Y}|=\sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2+\left(\frac{1}{8}\right)^2}\fallingdotseq$ **0.208** 〔S〕

図(b)では，インピーダンス $\dot{Z}$ は，

$$\dot{Z}=\frac{6\times(-j10)}{6-j10}=\frac{-j60(6+j10)}{136}=\frac{600-j360}{136}\fallingdotseq \mathbf{4.41}-\boldsymbol{j}\mathbf{2.65}\ 〔\Omega〕$$

$$Z=\sqrt{4.41^2+2.65^2}\fallingdotseq \mathbf{5.14}\ 〔\Omega〕$$

アドミタンス $Y=\frac{1}{6}+j\frac{1}{10}\fallingdotseq$ **0.167+*j*0.1** 〔S〕

$$Y=|\dot{Y}|=\sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2+\left(\frac{1}{10}\right)^2}\fallingdotseq \mathbf{0.194}\ 〔S〕$$

図(c)では，インピーダンス $\dot{Z}$ およびその大きさ Z は，

$$\dot{Z}=\frac{j8\times(-j10)}{j8-j10}=\frac{80}{-j2}=\boldsymbol{j}\mathbf{40}\ 〔\Omega〕\qquad \therefore\quad Z=\mathbf{40}\ 〔\Omega〕$$

アドミタンス $\dot{Y}=\frac{1}{\dot{Z}}=\frac{1}{j40}=-j\frac{1}{40}$ 〔S〕$=$ **−*j*25** 〔**mS**〕

アドミタンスの大きさ Y は，

$$Y=|\dot{Y}|=0.025\,〔S〕=\mathbf{25}\,〔\mathbf{mS}〕$$

問 7 合成アドミタンス $\dot{Y}=\dot{Y}_1+\dot{Y}_2+\dot{Y}_3=\frac{1}{\dot{Z}_1}+\frac{1}{\dot{Z}_2}+\frac{1}{\dot{Z}_3}$ であるから，

$$\dot{Y}=\frac{1}{5}+\frac{1}{j5}+\frac{1}{-j10}=0.2+j(0.1-0.2)=\mathbf{0.2}-\boldsymbol{j}\mathbf{0.1}\ 〔S〕$$

電流 $\dot{I}=\dot{Y}\dot{V}$ より，

$$\dot{I}=(0.2-j0.1)\times100=\mathbf{20}-\boldsymbol{j}\mathbf{10}\ 〔A〕$$

電流の大きさ $I=|\dot{I}|=\sqrt{20^2+10^2}=\sqrt{400+100}\fallingdotseq$ **22.4** 〔**A**〕

問 8 インピーダンス $\dot{Z}_1=3+j4$〔Ω〕，$\dot{Z}_2=6-j8$〔Ω〕の並列回路に $\dot{V}=100$〔V〕の電圧を加えたとき，各々の回路に流れる電流を $\dot{I}_1$，$\dot{I}_2$ とすれば，

$$\dot{I}_1=\frac{\dot{V}}{\dot{Z}_1}=\frac{100}{3+j4}=\frac{100(3-j4)}{(3+j4)(3-j4)}=\frac{100}{25}(3-j4)=12-j16\ 〔A〕$$

$$I_1=|\dot{I}_1|=\sqrt{12^2+16^2}=\mathbf{20}\ 〔A〕$$

$$\dot{I}_2=\frac{\dot{V}}{\dot{Z}_2}=\frac{100}{6-j8}=\frac{100(6+j8)}{(6-j8)(6+j8)}=\frac{100(6+j8)}{36+64}=6+j8\ 〔A〕$$

$$I_2=|\dot{I}_2|=\sqrt{6^2+8^2}=\mathbf{10}\ 〔A〕$$

また，

回路の全電流 $\dot{I}=\dot{I}_1+\dot{I}_2=(12-j16)+(6+j8)=18-j8$〔A〕

$\dot{I}$ の大きさ $I=|\dot{I}|=\sqrt{18^2+8^2}\fallingdotseq\mathbf{19.7}$〔A〕

また，

$$\dot{Z}=\frac{\dot{Z}_1\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}=\frac{(3+j4)(6-j8)}{(3+j4)+(6-j8)}=\frac{(18+32)+j(24-24)}{9-j4}$$

$$=\frac{50}{9-j4}$$

$$\therefore\quad \dot{I}=\frac{\dot{V}}{\dot{Z}}=\frac{9-j4}{50}\times100=18-j8\,〔\mathrm{A}〕,\quad I=\sqrt{18^2+8^2}\fallingdotseq\mathbf{19.7}\,〔\mathrm{A}〕$$

としてもよい。

問9　電流 $\dot{I}_1=10$〔A〕が位相の基準であるから，

$$\dot{V}_{bc}=(4-j4)\dot{I}_1=(4-j4)\times10=\mathbf{40-j40}=\mathbf{40\sqrt{2}\,\varepsilon^{-j\frac{\pi}{4}}}\fallingdotseq\mathbf{56.6\angle-45°}\,〔\mathrm{V}〕$$

$$\therefore\quad \dot{I}_2=\frac{\dot{V}_{bc}}{j8}=\frac{40-j40}{j8}=\frac{5-j5}{j}=-j(5-j5)=\mathbf{-5-j5}$$

$$=\mathbf{5\sqrt{2}\,\varepsilon^{-j\frac{3}{4}\pi}}\fallingdotseq\mathbf{7.07\angle-135°}\,〔\mathrm{A}〕$$

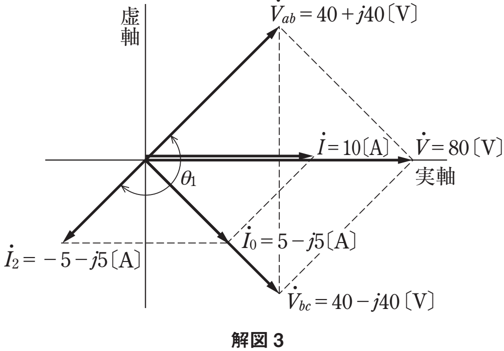
$$\therefore\quad \dot{I}_0=\dot{I}_1+\dot{I}_2=10+(-5-j5)=\mathbf{5-j5}=\mathbf{5\sqrt{2}\,\varepsilon^{-j\frac{\pi}{4}}}\fallingdotseq\mathbf{7.07\angle-45°}\,〔\mathrm{A}〕$$

$$\therefore\quad \dot{V}_{ab}=j8\dot{I}_0=j8(5-j5)=\mathbf{40+j40}=\mathbf{40\sqrt{2}\,\varepsilon^{j\frac{\pi}{4}}}\fallingdotseq\mathbf{56.6\angle45°}\,〔\mathrm{V}〕$$

$$\therefore\quad \dot{V}=\dot{V}_{ab}+\dot{V}_{bc}=(40+j40)+(40-j40)=\mathbf{80}\,〔\mathrm{V}〕$$

これらのベクトル図を描くと，解図3となり，$\dot{V}_{ab}$ と $\dot{I}_2$ の位相差 θ_1 は，解図より，次の値となる。

$$\theta_1=180°,\qquad \because\quad \theta_1=\arg\{\dot{V}_{ab}\}-\arg\{\dot{I}_2\}=45°-(-135°)=\mathbf{180°}$$



解図3

問10　L，C 共振回路の共振周波数を f_r，コンデンサの静電容量 C を 4 倍にしたときの共振周波数を f_r' とすると，

$$f_r=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}},\quad f_r'=\frac{1}{2\pi\sqrt{L\times 4C}}=\frac{1}{2\times 2\pi\sqrt{LC}}=\frac{f_r}{2}$$

となるから，C を 4 倍にすると共振周波数は $\boldsymbol{\frac{1}{2}}$ **倍**になる。

問11　$R=200\,[\Omega]$，$L=5\,[\mathrm{mH}]$，$C=0.02\,[\mu\mathrm{F}]$ のときの共振周波数 f_r は，

$$f_r=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=\frac{1}{2\pi\sqrt{5\times10^{-3}\times0.02\times10^{-6}}}=\frac{1}{2\pi\sqrt{10^{-10}}}=\frac{10^5}{2\pi}$$

$$=15.92\times10^3\,[\mathrm{Hz}]=15.92\,[\mathrm{kHz}]$$

$$Q=\frac{\omega_r L}{R}=\frac{2\pi\times\frac{10^5}{2\pi}\times5\times10^{-3}}{200}=\frac{5\times10^2}{200}=2.5$$

$$\therefore\quad B=\frac{f_r}{Q}=\frac{1}{2.5}\times\frac{10^5}{2\pi}\fallingdotseq 6\,369\ [\mathrm{Hz}]\fallingdotseq\mathbf{6.37\ [kHz]}$$

問12　回路の $Q=\dfrac{\omega_r L}{R}$ より，$L=\dfrac{QR}{\omega_r}\,[\mathrm{H}]$ であるから，

$$L=\frac{QR}{2\pi f_r}\fallingdotseq\frac{80\times10}{2\times3.14\times200\times10^3}\fallingdotseq0.637\times10^{-3}\ [\mathrm{H}]=\mathbf{637\ [\mu H]}$$

問13　電流計 Ⓐ$_1$ と Ⓐ$_2$ が等しいときは，回路は並列共振状態にあるから，

電源電圧 $V=RI=100\times0.5=\mathbf{50\ [V]}$

電源周波数 $f_r=\dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=\dfrac{1}{2\pi\sqrt{1\times7.04\times10^{-6}}}\fallingdotseq\mathbf{60\ [Hz]}$

6・3　諸定理による交流回路の計算

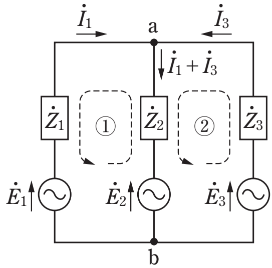
問 1　教科書p. 51〔例題 1〕の結果式(6)で $j\omega L$ の代わりに $-j\dfrac{1}{\omega C}$ を用い，題意の値を代入すれば，電流 $\dot{I}$ の大きさ I は，

$$I=\frac{|R_2\dot{E}_1+R_1\dot{E}_2|}{\sqrt{(R_1R_2)^2+\left(\dfrac{1}{\omega C}\right)^2(R_1+R_2)^2}}$$

$$=\frac{300\times10+100\times20}{\sqrt{(100\times300)^2+\left(\dfrac{1}{2\pi\times50\times10\times10^{-6}}\right)^2(100+300)^2}}$$

$\fallingdotseq 0.0382\,〔\mathrm{A}〕=$ **38.2〔mA〕**

問 2　解図 4 のように $\dot{I}_1$ を定めて，図中の①，②の順路によりキルヒホッフの第 2 法則（電圧則）を適用すると次式を得る。



解図 4

$$\begin{cases}(\dot{Z}_1+\dot{Z}_2)\dot{I}_1+\dot{Z}_2\dot{I}_3=\dot{E}_1-\dot{E}_2 & (1)\\ \dot{Z}_2\dot{I}_1+(\dot{Z}_2+\dot{Z}_3)\dot{I}_3=\dot{E}_3-\dot{E}_2 & (2)\end{cases}$$

式(1)$\times\dot{Z}_2-$式(2)$\times(\dot{Z}_1+\dot{Z}_2)$ より，

$$\begin{array}{rl} & \dot{Z}_2(\dot{Z}_1+\dot{Z}_2)\dot{I}_1+\dot{Z}_2{}^2\dot{I}_3=\dot{Z}_2(\dot{E}_1-\dot{E}_2)\\ -) & (\dot{Z}_1+\dot{Z}_2)\dot{Z}_2\dot{I}_1+(\dot{Z}_1+\dot{Z}_2)(\dot{Z}_2+\dot{Z}_3)\dot{I}_3=(\dot{Z}_1+\dot{Z}_2)(\dot{E}_3-\dot{E}_2)\\ \hline & \{\dot{Z}_2{}^2-(\dot{Z}_1+\dot{Z}_2)(\dot{Z}_2+\dot{Z}_3)\}\dot{I}_3=\dot{Z}_2(\dot{E}_1-\dot{E}_2)-(\dot{Z}_1+\dot{Z}_2)(\dot{E}_3-\dot{E}_2)\end{array}$$

$$\therefore\ (\dot{Z}_2{}^2-\dot{Z}_1\dot{Z}_2-\dot{Z}_1\dot{Z}_3-\dot{Z}_2{}^2-\dot{Z}_2\dot{Z}_3)\dot{I}_3=\dot{Z}_2\dot{E}_1-\dot{Z}_2\dot{E}_2-\dot{Z}_1\dot{E}_3+\dot{Z}_1\dot{E}_2-\dot{Z}_2\dot{E}_3+\dot{Z}_2\dot{E}_2$$

$$\therefore\ -(\dot{Z}_1\dot{Z}_2+\dot{Z}_2\dot{Z}_3+\dot{Z}_3\dot{Z}_1)\dot{I}_3=\dot{Z}_2\dot{E}_1-\dot{Z}_1\dot{E}_3+\dot{Z}_1\dot{E}_2-\dot{Z}_2\dot{E}_3$$

$$\therefore\ \dot{I}_3=\boldsymbol{\frac{\dot{Z}_1(\dot{E}_3-\dot{E}_2)+\dot{Z}_2(\dot{E}_3-\dot{E}_1)}{\dot{Z}_1\dot{Z}_2+\dot{Z}_2\dot{Z}_3+\dot{Z}_3\dot{Z}_1}}$$

なお，式(1)と式(2)の連立方程式を**行列式を用いて解く**と，次式のようになる。

$$I_3=\frac{\begin{vmatrix}\dot{Z}_1+\dot{Z}_2 & \dot{E}_1-\dot{E}_2\\ \dot{Z}_2 & -\dot{E}_2+\dot{E}_3\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}\dot{Z}_1+\dot{Z}_2 & \dot{Z}_2\\ \dot{Z}_2 & \dot{Z}_2+\dot{Z}_3\end{vmatrix}}=\frac{(\dot{Z}_1+\dot{Z}_2)(-\dot{E}_2+\dot{E}_3)-\dot{Z}_2(\dot{E}_1-\dot{E}_2)}{(\dot{Z}_1+\dot{Z}_2)(\dot{Z}_2+\dot{Z}_3)-\dot{Z}_2{}^2}$$

$$=\frac{-\dot{Z}_1\dot{E}_2-\dot{Z}_2\dot{E}_3+\dot{Z}_1\dot{E}_3+\dot{Z}_2\dot{E}_3-\dot{Z}_2\dot{E}_1+\dot{Z}_2\dot{E}_2}{\dot{Z}_1\dot{Z}_2+\dot{Z}_2{}^2+\dot{Z}_3\dot{Z}_1+\dot{Z}_2\dot{Z}_3-\dot{Z}_2{}^2}=\boldsymbol{\frac{\dot{Z}_1(\dot{E}_3-\dot{E}_2)+\dot{Z}_2(\dot{E}_3-\dot{E}_1)}{\dot{Z}_1\dot{Z}_2+\dot{Z}_2\dot{Z}_3+\dot{Z}_3\dot{Z}_1}}$$

〔別解〕　ミルマンの定理を用いて解くと，次式のようになる。

$$\dot{E}_3-\dot{Z}_3\dot{I}_3=\dot{V}_{ab}$$

$$\therefore\ \dot{I}_3=\frac{\dot{E}_3-\dot{V}_{ab}}{\dot{Z}_3}=\frac{\dot{E}_3}{\dot{Z}_3}-\frac{\dot{V}_{ab}}{\dot{Z}_3}=\frac{\dot{E}_3}{\dot{Z}_3}-\frac{1}{\dot{Z}_3}\cdot\frac{\dfrac{\dot{E}_1}{\dot{Z}_1}+\dfrac{\dot{E}_2}{\dot{Z}_2}+\dfrac{\dot{E}_3}{\dot{Z}_3}}{\dfrac{1}{\dot{Z}_1}+\dfrac{1}{\dot{Z}_2}+\dfrac{1}{\dot{Z}_3}}$$

$$=\frac{\dot{E}_3}{\dot{Z}_3}-\frac{\dot{Z}_2\dot{Z}_3\dot{E}_1+\dot{Z}_1\dot{Z}_3\dot{E}_2+\dot{Z}_1\dot{Z}_2\dot{E}_3}{\dot{Z}_3(\dot{Z}_2\dot{Z}_3+\dot{Z}_1\dot{Z}_3+\dot{Z}_1\dot{Z}_2)}$$

$$=\frac{(\dot{Z}_1\dot{Z}_2+\dot{Z}_2\dot{Z}_3+\dot{Z}_3\dot{Z}_1)\dot{E}_3-\dot{Z}_2\dot{Z}_3\dot{E}_1-\dot{Z}_1\dot{Z}_3\dot{E}_2-\dot{Z}_1\dot{Z}_2\dot{E}_3}{\dot{Z}_3(\dot{Z}_1\dot{Z}_2+\dot{Z}_2\dot{Z}_3+\dot{Z}_3\dot{Z}_1)}$$

$$=\frac{(\dot{Z}_2\dot{Z}_3+\dot{Z}_3\dot{Z}_1)\dot{E}_3-\dot{Z}_2\dot{Z}_3\dot{E}_1-\dot{Z}_1\dot{Z}_3\dot{E}_2}{\dot{Z}_3(\dot{Z}_1\dot{Z}_2+\dot{Z}_2\dot{Z}_3+\dot{Z}_3\dot{Z}_1)}=\frac{(\dot{Z}_2+\dot{Z}_1)\dot{E}_3-\dot{Z}_2\dot{E}_1-\dot{Z}_1\dot{E}_2}{\dot{Z}_1\dot{Z}_2+\dot{Z}_2\dot{Z}_3+\dot{Z}_3\dot{Z}_1}$$

$$=\boldsymbol{\frac{\dot{Z}_1(\dot{E}_3-\dot{E}_2)+\dot{Z}_2(\dot{E}_3-\dot{E}_1)}{\dot{Z}_1\dot{Z}_2+\dot{Z}_2\dot{Z}_3+\dot{Z}_3\dot{Z}_1}}$$

問 3　解図 5 のように，コンデンサを取り除いたとき，a–b 間に現れる電圧を $\dot{E}_0$，a–b 間より電源側をみたインピーダンスを $\dot{Z}_i$ とおくと，

$$\dot{E}_0=\dot{E}_2+R_2\dot{I}=\dot{E}_2+R_2\frac{\dot{E}_1-\dot{E}_2}{R_1+R_2},\qquad \dot{Z}_i=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$$

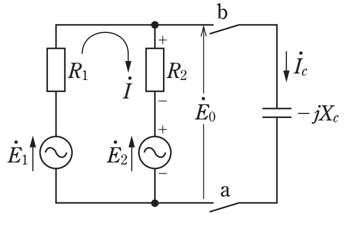
となる。ゆえに，コンデンサに流れる電流を $\dot{I}_c$ とおくと，

$$I_c=\frac{\dot{E}_0}{\dot{Z}_i-jX_c}=\frac{\dot{E}_2+R_2\dfrac{\dot{E}_1-\dot{E}_2}{R_1+R_2}}{\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}-jX_C}=\frac{(R_1+R_2)\dot{E}_2+R_2(\dot{E}_1-\dot{E}_2)}{R_1R_2-jX_C(R_1+R_2)}$$

となる。したがって，$\dot{V}_C$ は次式となる。

$$\dot{V}_C=-jX_C\dot{I}_C=\frac{-jX_C(\dot{E}_1R_2+\dot{E}_2R_1)}{R_1R_2-jX_C(R_1+R_2)}$$

$$=\boldsymbol{\frac{\dot{E}_1R_2+\dot{E}_2R_1}{(R_1+R_2)-\dfrac{R_1R_2}{jX_C}}}$$



解図 5

6・5　相互インダクタンスを含む回路の計算

問 1　〔例題 5〕と同様の考え方により，V–Y 変換をすると，解図 6 となる。したがって，直並列回路の合成インピーダンスを求める方法によって，次式が得られる。

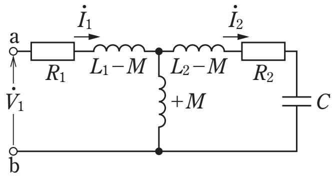
$$\dot{Z}=R_1+j\omega(L_1-M)+\frac{\left\{R_2+j\omega(L_2-M)-j\dfrac{1}{\omega C}\right\}j\omega M}{\left\{R_2+j\omega(L_2-M)-j\dfrac{1}{\omega C}\right\}+j\omega M}$$

ここで，$\omega L_2=\dfrac{1}{\omega C}$ の条件を代入し，

$$\dot{Z}=R_1+j\omega(L_1-M)+\frac{(R_2-j\omega M)j\omega M}{R_2}$$

$$=R_1+j\omega L_1+\frac{\omega^2M^2}{R_2}$$

$$=\left(\boldsymbol{R_1+\frac{\omega^2M^2}{R_2}}\right)+\boldsymbol{j\omega L_1}$$



解図 6

また，一次側，二次側でキルヒホッフの第2法則を用い，次式の連立方程式を解いて $\dot{I}_1$ を求めることによっても，$\dot{Z}$ は求められる。

$$\begin{cases}(R_1+j\omega L_1)\dot{I}_1-j\omega M\dot{I}_2=\dot{V}_1\\ -j\omega M\dot{I}_1+\left\{R_2+j\left(\omega L_2-\dfrac{1}{\omega C}\right)\right\}\dot{I}_2=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}(R_1+j\omega L_1)\dot{I}_1-j\omega M\dot{I}_2=\dot{V}_1\\ -j\omega M\dot{I}_1+R_2\dot{I}_2=0\end{cases}$$

上の連立方程式から $\dot{I}_1$ を求めると，

$$\dot{I}=\frac{\begin{vmatrix}\dot{V}_1 & -j\omega M\\ 0 & R_2\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}R_1+j\omega L_1 & -j\omega M\\ -j\omega M & R_2\end{vmatrix}}=\frac{R_2\dot{V}_1}{(R_1+j\omega L_1)R_2+\omega^2M^2}$$

となる。したがって，端子 a–b 間の合成インピーダンス $\dot{Z}$ は，

$$\dot{Z}=\frac{\dot{Z}_1}{\dot{I}_1}=(R_1+j\omega L_1)+\frac{\omega^2M^2}{R_2}=\left(\boldsymbol{R_1+\frac{\omega^2M^2}{R_2}}\right)+\boldsymbol{j\omega L_1}$$

復習問題

基本問題

1. （a） $6+j8$ の大きさ $=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=\mathbf{10}$

偏角 $\theta=\tan^{-1}(8/6)\fallingdotseq 53.13°\fallingdotseq \mathbf{53°8'}$

（b） $4-j3$ の大きさ $=\sqrt{4^2+(-3)^2}=\sqrt{25}=\mathbf{5}$

偏角 $\theta=\tan^{-1}(-3/4)\fallingdotseq -36.87°\fallingdotseq \mathbf{-36°52'}$

（c） $(4+j2)+(6+j8)=10+j10$ の大きさ$=\sqrt{10^2+10^2}=10\sqrt{2}\fallingdotseq \mathbf{14.14}$

偏角 $\theta=\tan^{-1}(10/10)\fallingdotseq \mathbf{45°}$

（d） $(12-j10)-(4-j7)+(8+j15)=16+j12$ の大きさ$=\sqrt{16^2+12^2}=\mathbf{20}$

偏角 $\theta=\tan^{-1}(12/16)\fallingdotseq 36.87°\fallingdotseq \mathbf{36°52'}$

（e） $(8+j6)(5+j3)=(40-18)+j(30+24)=22+j54$

大きさ $=\sqrt{22^2+54^2}\fallingdotseq \mathbf{58.3}$

偏角 $\theta=\tan^{-1}(54/22)\fallingdotseq 67.83°\fallingdotseq \mathbf{67°50'}$

（f） $\dfrac{80+j60}{3+j4}=\dfrac{20(4+j3)(3-j4)}{(3+j4)(3-j4)}=\dfrac{20(12+12+j9-j16)}{9+16}=\dfrac{20(24-j7)}{25}$

$=19.2-j5.6$

大きさ $=\sqrt{19.2^2+5.6^2}=\sqrt{400}=\mathbf{20}$

偏角 $\theta=\tan^{-1}(-7/24)=\tan^{-1}(-5.6/19.2)=-16.26°\fallingdotseq \mathbf{-16°16'}$

2. （a） $\dot{A}+\dot{B}=(5+j8)+(4+j3)=\boldsymbol{9+j11}$

（b） $\dot{A}-\dot{B}=(5+j8)-(4+j3)=\boldsymbol{1+j5}$

（c） $\dot{A}\dot{B}=(5+j8)(4+j3)=(20-24)+j(32+15)=\boldsymbol{-4+j47}$

（d） $\dfrac{\dot{A}}{\dot{B}}=\dfrac{5+j8}{4+j3}=\dfrac{(5+j8)(4-j3)}{(4+j3)(4-j3)}=\dfrac{(20+24)+j(32-15)}{16+9}$

$=\dfrac{44+j17}{25}=\boldsymbol{1.76+j0.68}$

3. $j\dot{A}$ のベクトルは，大きさが等しく，位相が $\dfrac{\pi}{2}$〔rad〕進んだベクトルになる。すなわち，$j(4+j3)=-3+j4$

$\dot{A}\left(\cos\dfrac{\pi}{6}-j\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$ のベクトルは，位相が $\dfrac{\pi}{6}$〔rad〕(30°) 遅れたベクトルになる。

すなわち，

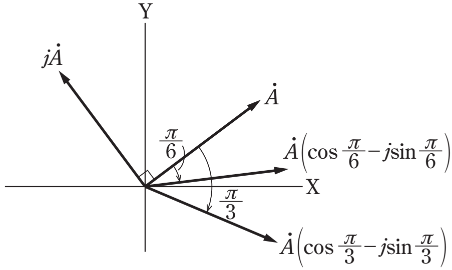
$$(4+j3)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-j\frac{1}{2}\right)=\left(2\sqrt{3}+\frac{3}{2}\right)+j\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}-\frac{4}{2}\right)=4.96+j0.60$$

$\dot{A}\left(\cos\dfrac{\pi}{3}-j\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$ のベクトルは，位相が $\dfrac{\pi}{3}$〔rad〕(60°) 遅れたベクトルになる。

すなわち，

$$(4+j3)\left(\frac{1}{2}-j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=\left(2+\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)+j\left(\frac{3}{2}-2\sqrt{3}\right)=4.60-j1.96$$

以上のベクトル図を描くと，解図７のようになる。



解図７

4. $\dot{A}=10\left(\cos\frac{\pi}{3}+j\sin\frac{\pi}{3}\right)=10\varepsilon^{j\frac{\pi}{3}}$, $\dot{B}=6\left(\cos\frac{\pi}{6}+j\sin\frac{\pi}{6}\right)=6\varepsilon^{j\frac{\pi}{6}}$ であるから,

（a） $\dot{A}\dot{B}=10\varepsilon^{j\frac{\pi}{3}}\times 6\varepsilon^{j\frac{\pi}{6}}=60\varepsilon^{j\left(\frac{\pi}{3}+j\frac{\pi}{6}\right)}=60\varepsilon^{j\frac{\pi}{2}}=60\left(\cos\frac{\pi}{2}+j\sin\frac{\pi}{2}\right)$

$=60\angle 90°=\boldsymbol{j60}$

（b） $\dot{A}/\dot{B}=10\varepsilon^{j\frac{\pi}{3}}/6\varepsilon^{j\frac{\pi}{6}}=(10/6)\varepsilon^{\left(j\frac{\pi}{3}-j\frac{\pi}{6}\right)}\fallingdotseq 1.67\varepsilon^{j\frac{\pi}{6}}\fallingdotseq 1.67\left(\cos\frac{\pi}{6}+j\sin\frac{\pi}{6}\right)$

$\fallingdotseq 1.67\angle 30°\fallingdotseq \mathbf{1.45}+\boldsymbol{j}\mathbf{0.835}$

（c） $10\dot{A}\varepsilon^{j\frac{\pi}{3}}=100\left(\cos\frac{\pi}{3}+j\sin\frac{\pi}{3}\right)=100\angle 60°\fallingdotseq \mathbf{50}+\boldsymbol{j}\mathbf{86.6}$

（d） $\dot{A}/2=\frac{10}{2}\varepsilon^{j\frac{\pi}{3}}=5\varepsilon^{j\frac{\pi}{3}}=5\left(\cos\frac{\pi}{3}+j\sin\frac{\pi}{3}\right)=5\angle 60°\fallingdotseq \mathbf{2.5}+\boldsymbol{j}\mathbf{4.33}$

5. $\dot{A}=50\varepsilon^{j\frac{2}{3}\pi}$, $\dot{B}=5\varepsilon^{j\frac{\pi}{3}}$のとき,

（a） $\dot{A}\dot{B}=50\varepsilon^{j\frac{2}{3}\pi}\times 5\varepsilon^{j\frac{\pi}{3}}=250\varepsilon^{j\pi}=250\angle 180°=\mathbf{-250}$

（b） $\dot{A}/\dot{B}=50\varepsilon^{j\frac{2}{3}\pi}/5\varepsilon^{j\frac{\pi}{3}}=10\varepsilon^{\left(j\frac{2\pi}{3}-j\frac{\pi}{3}\right)}=10\varepsilon^{j\frac{\pi}{3}}=10\angle 60°\fallingdotseq \mathbf{5}+\boldsymbol{j}\mathbf{8.66}$

6. （a） $\dot{Z}=R+jX_L=\mathbf{3}+\boldsymbol{j}\mathbf{4}$〔$\boldsymbol{\Omega}$〕

大きさ $Z=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{25}=\mathbf{5}$〔$\boldsymbol{\Omega}$〕

（b） $\dot{Z}=R-jX_C=\mathbf{6}-\boldsymbol{j}\mathbf{2}$〔$\boldsymbol{\Omega}$〕

大きさ $Z=\sqrt{6^2+2^2}=\sqrt{40}=\mathbf{6.32}$〔$\boldsymbol{\Omega}$〕

（c） $\dot{Z}=R+j(X_L-X_C)=1+j(6-3)=\mathbf{1}+\boldsymbol{j}\mathbf{3}$〔$\mathbf{k}\boldsymbol{\Omega}$〕

大きさ $Z=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}=\mathbf{3.16}$〔$\mathbf{k}\boldsymbol{\Omega}$〕

7. 直列に接続した場合

$\dot{Z}=R+jX_L=4+j3$〔Ω〕

大きさ $Z=\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}=\mathbf{5}$〔$\boldsymbol{\Omega}$〕

並列に接続した場合

$$\dot{Z}=\frac{jX_LR}{R+jX_L}=\frac{4\times j3}{4+j3}=\frac{j12}{4+j3}=\frac{j12(4-j3)}{(4+j3)(4-j3)}=\frac{36+j48}{16+9}$$

$=1.44+j1.92$〔Ω〕

大きさ $Z=\sqrt{1.44^2+1.92^2}=\sqrt{5.76}=\mathbf{2.4}$〔$\boldsymbol{\Omega}$〕

または $Z=\frac{4\times 3}{\sqrt{4^2+3^2}}=\frac{12}{\sqrt{25}}=\frac{12}{5}=\mathbf{2.4}$〔$\boldsymbol{\Omega}$〕

8. $\dot{V}=\dot{Z}\dot{I}=(8+j6)(4+j3)=(32-18)+j(24+24)=\mathbf{14}+\boldsymbol{j}\mathbf{48}$〔$\mathbf{V}$〕

$V=\sqrt{14^2+48^2}=\sqrt{2\,500}=\mathbf{50}$〔**V**〕

または，$V=\sqrt{8^2+6^2}\times\sqrt{4^2+3^2}=10\times5=\mathbf{50}$〔**V**〕

9. インピーダンス $\dot{Z}=\dfrac{\dot{V}}{\dot{I}}=\dfrac{80-j60}{3-j4}=\dfrac{(80-j60)(3+j4)}{(3-j4)(3+j4)}$

$$=\frac{(240+240)+j(320-180)}{9+16}=\frac{480+j140}{25}$$

$$=19.2+j5.6\ 〔\Omega〕$$

$\therefore\ R=\mathbf{19.2}$〔**Ω**〕， $X_L=\mathbf{5.6}$〔**Ω**〕

10. アドミタンス $\dot{Y}=\dfrac{1}{R}+\dfrac{1}{j\omega L}=\dfrac{1}{30}+\dfrac{1}{j40}=\mathbf{0.033-\mathit{j}0.025}$〔S〕

全電流 $\dot{I}=\dot{Y}\dot{V}=\left(\dfrac{1}{30}-j\dfrac{1}{40}\right)120=4-j3$〔A〕

$\therefore\ I=\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}=\mathbf{5}$〔**A**〕

力率 $\cos\theta=\dfrac{I_R}{I}=\dfrac{4}{5}=\mathbf{0.8}$ 　（**80%**）

11. R，L，C に流れる電流を，それぞれ $\dot{I}_R$，$\dot{I}_L$，$\dot{I}_C$ とし，$\dot{I}_R$ を位相の基準にとれば，$\dot{I}_R=15$〔A〕，$\dot{I}_L=-j10$〔A〕，$\dot{I}_C=j2$〔A〕であるから，合成電流 $\dot{I}$ は，

$\dot{I}=\dot{I}_R+\dot{I}_L+\dot{I}_C=15-j10+j2=\mathbf{15-\mathit{j}8}$〔**A**〕

$\dot{I}$ の大きさ $I=\sqrt{15^2+8^2}=\mathbf{17}$〔**A**〕

力率 $\cos\theta=I_R/I=15/17\fallingdotseq\mathbf{0.882}$ 　（**88.2 %**）

12. $\dot{Z}=\dot{Z}_1+\dot{Z}_2+\dot{Z}_3=(2+j3)+(2-j2)+(3+j9)=(2+2+3)+j(3-2+9)$

$=7+j10$〔Ω〕

大きさ $Z=\sqrt{7^2+10^2}=\sqrt{149}\fallingdotseq\mathbf{12.2}$〔**Ω**〕

次に，この直列回路に 5A の電流が流れたとき，$\dot{Z}_1$，$\dot{Z}_2$，$\dot{Z}_3$ の各端子電圧を $\dot{V}_1$，$\dot{V}_2$，$\dot{V}_3$ とすれば，

$\dot{V}_1=\dot{Z}_1\dot{I}=(2+j3)5=10+j15$〔V〕

大きさ $V_1=\sqrt{10^2+15^2}=\sqrt{325}\fallingdotseq\mathbf{18.03}$〔**V**〕

$\dot{V}_2=\dot{Z}_2\dot{I}=(2-j2)5=10-j10$〔V〕

大きさ $V_2=\sqrt{10^2+(-10)^2}=\sqrt{200}\fallingdotseq\mathbf{14.14}$〔**V**〕

$\dot{V}_3=\dot{Z}_3\dot{I}=(3+j9)5=15+j45$〔V〕

大きさ $V_3=\sqrt{15^2+45^2}=\sqrt{2\,250}\fallingdotseq\mathbf{47.43}$〔**V**〕

13. L–C 直列回路の共振周波数を f_r とすれば，$f_r=\dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ で表されるから，

$$f_r=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=\frac{1}{2\pi\sqrt{40\times10^{-3}\times400\times10^{-12}}}=\frac{10^6}{8\pi}\fallingdotseq\mathbf{39.8}\ \text{〔}\mathbf{kHz}\text{〕}$$

14. R–L–C 直列共振回路の共振周波数を f_r とすれば，

$$f_r=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=\frac{1}{2\pi\sqrt{10\times150\times10^{-12}}}\fallingdotseq4.109\times10^3\ \text{〔Hz〕}\fallingdotseq4.11\ \text{〔kHz〕}$$

$$Q=\frac{\omega_r L}{R}=\frac{1}{\omega_r CR}\fallingdotseq\frac{2\pi\times4.109\times10^3\times10}{400}\fallingdotseq\frac{25.82}{400}\times10^4\fallingdotseq\mathbf{645}$$

15. ①の閉回路　$\dot{E}_1-\dot{Z}_1\dot{I}_1-\dot{Z}_2\dot{I}_2=0$　　（1）

　∴　$\boldsymbol{\dot{Z}_1\dot{I}_1+\dot{Z}_2\dot{I}_2=\dot{E}_1}$

②の閉回路　$\dot{Z}_2\dot{I}_2+\dot{Z}\dot{I}-\dot{E}=0$　　（2）

　∴　$\boldsymbol{\dot{Z}_2\dot{I}_2+\dot{Z}\dot{I}=\dot{E}}$

③の閉回路　$\dot{E}_1-\dot{Z}_1\dot{I}_1+\dot{Z}\dot{I}-\dot{E}=0$　　（3）

　∴　$\boldsymbol{-\dot{Z}_1\dot{I}_1+\dot{Z}\dot{I}=\dot{E}-\dot{E}_1}$

式(2)－式(1)＝式(3)であるから，回路より式(3)を立てる必要はない。

16. コンデンサを取り除いたとき，a–b 間に生ずる電圧を V_{ab}，a–b 間より電源側を見たインピーダンスを $\dot{Z}_i$ とすると，次式を得る。

$$\dot{V}_{ab}=\frac{15}{15+j45}\times100=\frac{100}{1+j3}$$

$$\dot{Z}_i=\frac{15\times j45}{15+j45}=\frac{j45}{1+j3}$$

ゆえに，テブナンの定理により，$\dot{I}_C$ は次式となる。

$$\dot{I}_C=\frac{\dot{V}_{ab}}{\dot{Z}_i-j15}=\frac{\dfrac{100}{1+j3}}{\dfrac{j45}{1+j3}-j15}=\frac{100}{j45-j15(1+j3)}=\frac{100}{45+j30}$$

$$=\frac{20}{9+j6}=\frac{20}{117}(9-j6)=\mathbf{1.54-}\boldsymbol{j}\mathbf{1.03}\ \text{〔}\mathbf{A}\text{〕}$$

17. ブリッジの平衡条件式は，

$$R_1R_2=j\omega L\cdot\frac{1}{j\omega C}=\frac{L}{C}$$

　∴　$L=CR_1R_2=600\times10^{-12}\times50\times10^3\times10\times10^3=0.3$〔H〕$=\mathbf{300}$〔**mH**〕

18. 電流 $\dot{I}_1$ の作る磁束と，電流 $\dot{I}_2$ の作る磁束は，互いに打ち消し合う方向に生ずるので，差動結合である。したがって，

①の閉回路の方程式は，

$$(\boldsymbol{R}+\boldsymbol{j\omega L_1})\dot{\boldsymbol{I}}_1-\boldsymbol{j\omega M}\dot{\boldsymbol{I}}_2=\dot{\boldsymbol{V}} \qquad (1)$$

②の閉回路の方程式は，

$$-\boldsymbol{j\omega M}\dot{\boldsymbol{I}}_1+\boldsymbol{j\omega L_2}\dot{\boldsymbol{I}}_2=\boldsymbol{0} \qquad (2)$$

なお，$\dot{I}_2$ を逆の方向にとって，これを $\dot{I}_2'$ とおくと，$\dot{I}_1$ と $\dot{I}_2'$ の作る磁束は和動結合となるが，この場合，回路の方程式は次式となって，

$$\begin{cases}(R+j\omega L_1)\dot{I}_1+j\omega M\dot{I}_2'=\dot{V} & (1)' \\ j\omega L_2\dot{I}_2+j\omega M\dot{I}_2'=0 & (2)'\end{cases}$$

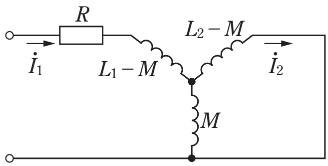
この式で，$\dot{I}_2'=-\dot{I}_2$ とおくと，やはり式(1)，式(2)の連立方程式となるので，この連立方程式の解も，$\dot{I}_2'=-\dot{I}_2$ となり，両連立方程式の $\dot{I}_1$ は等しくなる。式(1)，式(2)の連立方程式と解くと，次式が得られる。

$$\dot{I}_1=\frac{\dot{V}}{R+j\omega\left(L_1-\dfrac{M_2}{L_2}\right)}, \quad \dot{I}_2=\frac{M\dot{V}}{RL_2+j\omega(L_1L_2-M^2)}$$

$$\therefore \quad \dot{Z}_1=R+j\omega\left(L_1-\frac{M^2}{L_2}\right) \qquad (3)$$

なお，この $\dot{Z}_1$ を，解図 8 のように V–Y 変換により求めると，

$$\begin{aligned}\dot{Z}_1&=R+j\omega(L_1-M)+\frac{j\omega M\cdot j\omega(L_2-M)}{j\omega M+j\omega(L_2-M)}\\&=R+j\omega(L_1-M)+\frac{j\omega M(L_2-M)}{L_2}\\&=R+j\omega L_1-j\omega M+j\omega M-j\omega\frac{M^2}{L_2}\\&=R+j\omega\left(L_1-\frac{M^2}{L_2}\right) \qquad (4)\end{aligned}$$



解図 8

ゆえに式(3)＝式(4)となり，この式で M を $-M$ としても $\dot{Z}_1$ は同じである。しかし，このような変圧器の回路では，物理的には，差動結合である。

19. 合成インダクタンスが 2.5mH のときは和動結合，1.3mH のときは差動結合である。したがって，式 (6･81)，(6･82) を用いて，

$$L_1+L_2+2M=2.5\times10^{-3} \qquad (1)$$

$$L_1+L_2-2M=1.3\times10^{-3} \qquad (2)$$

式(1)－式(2)より相互インダクタンス M を求めると，次のようになる。

$$4M=1.2\times10^{-3}$$

$\therefore \quad M=0.3\times10^{-3}$ 〔H〕$=$**0.3**〔**mH**〕

発展問題

1. $X_C=\dfrac{1}{\omega C}=\dfrac{1}{2\pi\times10^3\times1\times10^{-6}}=159.2$〔Ω〕

(a) $Z=\sqrt{R^2+X_C{}^2}\fallingdotseq\sqrt{100^2+159.2^2}\fallingdotseq$**188**〔Ω〕

(b) $I=\dfrac{V}{Z}\fallingdotseq\dfrac{10}{188}\fallingdotseq0.0532$〔A〕$\fallingdotseq$**53.2**〔**mA**〕

2. (a) $R=10$〔Ω〕

$X_L=2\pi fL=2\pi\times500\times100\times10^{-3}=100\pi=314.16$〔Ω〕

$X_C=\dfrac{1}{2\pi fC}=\dfrac{1}{2\pi\times500\times1\times10^{-6}}=\dfrac{10^3}{\pi}=318.31$〔Ω〕

したがって，合成インピーダンス $\dot{Z}$ は，

$\dot{Z}=R+j(X_L-X_C)=10+j(314.16-318.31)=$**10－*j*4.15**〔Ω〕

(b) $\dot{I}=\dfrac{\dot{V}}{\dot{Z}}=\dfrac{10}{10-j4.15}=\dfrac{100+j41.5}{10^2+4.15^2}=0.854+j0.353$〔A〕

$\therefore \quad I=\sqrt{0.854^2+0.353^2}=$**0.924**〔**A**〕

位相角 θ は，$\theta=\tan^{-1}\dfrac{41.5}{100}=$**22°32′＝22.54°**

3. $\dot{Y}=\dfrac{1}{R}+\dfrac{1}{jX_L}+\dfrac{1}{-jX_C}=\dfrac{1}{20}-j\dfrac{1}{10}+j\dfrac{1}{30}=\dfrac{1}{20}-j\dfrac{1}{15}$

$=0.05-j0.0667$〔S〕

$\therefore \quad Y=\sqrt{(1/20)^2+(1/15)^2}=0.0833$〔S〕$=$**83.3**〔**mS**〕

$G=0.05$〔S〕$=$**50**〔**mS**〕

$B=0.0667$〔S〕$=$**66.7**〔**mS**〕

$\dot{I}=\dot{Y}\dot{V}=\left(\dfrac{1}{20}-j\dfrac{1}{15}\right)\times120=6-j8$〔A〕

$\therefore \quad I=|\dot{I}|=\sqrt{6^2+(-8)^2}=$**10**〔**A**〕

4. 図6･110の回路の抵抗を R，リアクタンスを ωL とすれば，全電流 $\dot{I}_0$ は，

$\dot{I}_0=\dot{I}_L+\dot{I}_C=\dfrac{\dot{V}}{R+j\omega L}+j\omega C\dot{V}=\left(\dfrac{1}{R+j\omega L}+j\omega C\right)\dot{V}$

$\therefore \quad \dot{Y}=\dfrac{\dot{I}_0}{\dot{V}}=\dfrac{1}{R+j\omega L}+j\omega C=\dfrac{R}{R^2+(\omega L)^2}+j\left(\omega C-\dfrac{\omega L}{R^2+\omega^2L^2}\right)$ （1）

上式で虚部が 0 のとき，すなわち並列共振時の C は，

$$\omega C=\frac{\omega L}{R^2+\omega^2 L^2} \qquad \therefore \quad C=\frac{L}{R^2+\omega^2 L^2} \qquad (2)$$

また，共振時のインピーダンス Z_r は，式(1)で虚部が 0 の条件式に式(2)を代入すれば，

$$Z_r=\frac{1}{Y_r}=\frac{R^2+\omega^2 L^2}{R}=\frac{L}{CR} \qquad (3)$$

したがって，与えられた数値を式(2)に代入すれば，

$$C=\frac{L}{R^2+\omega^2 L^2}=\frac{0.01\times 10^{-3}}{0.01^2+(2\pi\times 500\times 10^3)^2\times(0.01\times 10^{-3})^2}$$

$$\fallingdotseq 1.013\times 10^{-8}\ \text{〔F〕}$$

（a） $Z_r=\dfrac{0.01\times 10^{-3}}{1.013\times 10^{-8}\times 0.01}=\mathbf{98.7}$ 〔$\mathbf{k\Omega}$〕

（b） $C=0.01\times 10^{-6}$ 〔F〕$=\mathbf{0.01013}$ 〔$\boldsymbol{\mu}\mathbf{F}$〕

（c） $I_C=\omega_r CV=2\pi f_r CV=2\pi\times 500\times 10^3\times 0.01\times 10^{-6}\times 100=\mathbf{3.18}$ 〔**A**〕

5.

$$\dot{Y}_1=\frac{1}{\dot{Z}_1}=\frac{1}{3+j5}=\frac{3-j5}{9+25}=\frac{3}{34}-j\frac{5}{34}=\mathbf{0.088-j0.147}\ \text{〔S〕}$$

$$\dot{Y}_2=\frac{1}{\dot{Z}_2}=\frac{1}{5-j3}=\frac{5+j3}{25+9}=\frac{5}{34}+j\frac{3}{34}=\mathbf{0.147+j0.088}\ \text{〔S〕}$$

$$\dot{Y}=\dot{Y}_1+\dot{Y}_2=\frac{3-j5}{34}+\frac{5+j3}{34}=\frac{8-j2}{34}=\mathbf{0.235-j0.059}\ \text{〔S〕}$$

$$\dot{Z}=\frac{1}{\dot{Y}}=\frac{34}{8-j2}=\frac{34(8+j2)}{(8-j2)(8+j2)}=\frac{272+j68}{64+4}=\mathbf{4+j}\ \text{〔}\mathbf{\Omega}\text{〕}$$

6. 抵抗 5 Ω の回路のアドミタンス $\dot{Y}_1=\dfrac{1}{5}$ 〔S〕

抵抗 3 Ω とリアクタンス 4 Ω の回路のアドミタンス $\dot{Y}_2$ は，

$$\dot{Y}_2=\frac{1}{3+j4}=\frac{3-j4}{9+16}=\frac{3-j4}{25}\ \text{〔S〕}$$

（a） $\dot{Y}=\dot{Y}_1+\dot{Y}_2=\dfrac{1}{5}+\dfrac{3-j4}{25}=\dfrac{5+3-j4}{25}=\dfrac{8-j4}{25}=\mathbf{0.32-j0.16}$ 〔**S**〕

（b） $\dot{Z}=\dfrac{1}{\dot{Y}}=\dfrac{25}{8-j4}=\dfrac{200+j100}{64+16}=\dfrac{200+j100}{80}$

$=\mathbf{2.5+j1.25}$ 〔$\mathbf{\Omega}$〕

（c） $\dot{I}_1=\dot{Y}_1\dot{V}=\dfrac{1}{5}\times 100=\mathbf{20}$ 〔**A**〕

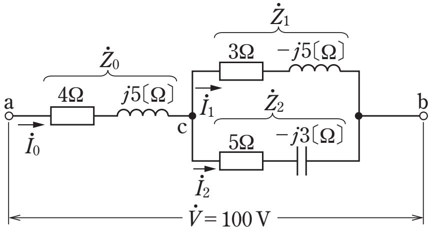
$\dot{I}_2=\dot{Y}_2\dot{V}=\left(\dfrac{3-j4}{25}\right)100=\mathbf{12-j16}$ 〔**A**〕

$$\dot{I}=\dot{I}_1+\dot{I}_2=20+12-j16=\mathbf{32-j16}\ \text{〔A〕}$$

または，

$$\dot{I}=\dot{Y}\dot{V}=\left(\frac{8-j4}{25}\right)100=32-j16\ \text{〔A〕}$$

7. 図 6･113 の回路のインピーダンスおよび電流を，解図 9 のように決める。



解図 9

b−c 間の合成インピーダンス $\dot{Z}_{bc}$ は，

$$\dot{Z}_{bc}=\frac{\dot{Z}_1\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}=\frac{(3+j5)(5-j3)}{(3+j5)+(5-j3)}=\frac{30+j16}{8+j2}=\frac{15+j8}{4+j}=\frac{(15+j8)(4-j)}{4^2+1^2}$$

$$=\frac{68+j17}{17}=4+j\ \text{〔Ω〕}$$

a−b 間の合成インピーダンス $\dot{Z}$ は，

$$\dot{Z}=\dot{Z}_0+\dot{Z}_{bc}=(4+j5)+(4+j)=\mathbf{8+j6}\ \text{〔Ω〕}$$

全電流 $\dot{I}_0=\dfrac{\dot{V}}{\dot{Z}}=\dfrac{100}{8+j6}=\dfrac{100(8-j6)}{64+36}=\mathbf{8-j6}$ 〔A〕

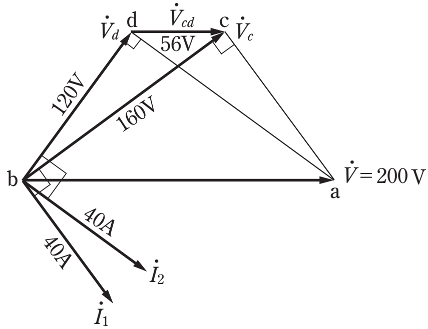
8. $$\dot{I}_1=\frac{200}{3+j4}=\frac{200(3-j4)}{9+16}=8(3-j4)=\mathbf{24-j32}\ \text{〔A〕}$$

$$\dot{I}_2=\frac{200}{4+j3}=\frac{200(4-j3)}{16+9}=8(4-j3)=\mathbf{32-j24}\ \text{〔A〕}$$

b 点を接地として考えると，

c 点の電位 $\dot{V}_c=jX_{L1}\dot{I}_1=j4(24-j32)=128+j96$ 〔V〕

d 点の電位 $\dot{V}_d=jX_{L2}\dot{I}_2=j3(32-j24)=72+j96$ 〔V〕



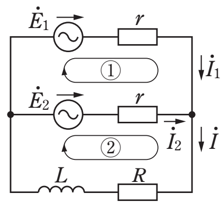
解図 10

∴　c–d 間の電位差 $\dot{V}_{cd}=\dot{V}_c-\dot{V}_d=(128+j96)-(72+j96)=$ **56**〔**V**〕

これらの関係をベクトル図で示すと，解図 10 のようになる。

9. 網目①および②の回路について，たどる方向を解図 11 のように決め，キルヒホッフの第 1 法則および第 2 法則による式を立てると，次式のようになる。

$$\begin{cases} \dot{I}_1+\dot{I}_2=\dot{I} & (1) \\ r\dot{I}_1-r\dot{I}_2=\dot{E}_1-\dot{E}_2 & (2) \\ r\dot{I}_2+(R+j\omega L)\dot{I}=\dot{E}_2 & (3) \end{cases}$$



解図 11

式(1)を式(3)に代入して整理すると，

$$\begin{cases} r\dot{I}_1-r\dot{I}_2=\dot{E}_1-\dot{E}_2 & (2)' \\ (R+j\omega L)\dot{I}_1+(r+R+j\omega L)\dot{I}_2=\dot{E}_2 & (3)' \end{cases}$$

式(2)′より，$\dot{I}_2{}'=\dot{I}_1+\dfrac{\dot{E}_2-\dot{E}_1}{r}$

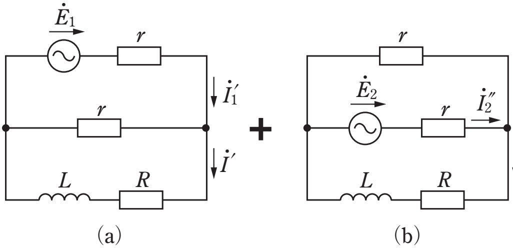
$$(R+j\omega L)\dot{I}_1+(r+R+j\omega L)\left(\dot{I}_1+\frac{\dot{E}_2-\dot{E}_1}{r}\right)=\dot{E}_2$$

$$\therefore\quad (r+2R+j2\omega L)\dot{I}_1=\dot{E}_2+(r+R+j\omega L)\,\frac{\dot{E}_1-\dot{E}_2}{r}$$

$$\therefore\quad \dot{I}_1=\frac{\dot{E}_2+\left(\dfrac{r+R}{r}\right)(\dot{E}_1-\dot{E}_2)+j\dfrac{\omega L}{r}(\dot{E}_1-\dot{E}_2)}{r+2R+j2\omega L}$$

$$=\boldsymbol{\frac{\dot{E}_1+\dfrac{R}{r}(\dot{E}_1-\dot{E}_2)+j\dfrac{\omega L}{r}(\dot{E}_1-\dot{E}_2)}{r+2R+j2\omega L}}$$

10. 解図 12 (a)の回路において，$\dot{I}_1{}'$ より I' を求めると，



解図 12

$$\dot{I}_1'=\frac{\dot{E}_1}{r+\dfrac{r(R+j\omega L)}{r+(R+j\omega L)}}$$

$$\dot{I}'=\frac{r}{r+R+j\omega L}\cdot\dot{I}_1'=\frac{r}{r+R+j\omega L}\cdot\frac{\dot{E}_1}{r+\dfrac{r(R+j\omega L)}{r+(R+j\omega L)}}$$

$$=\frac{r\dot{E}_1}{r(r+R+j\omega L)+r(R+j\omega L)}=\frac{\dot{E}_1}{r+2R+j2\omega L}$$

図(b)の回路において，$\dot{I}_2''$ より $\dot{I}''$ を求めると，

$$\dot{I}_2''=\frac{\dot{E}_2}{r+\dfrac{r(R+j\omega L)}{r+(R+j\omega L)}}$$

$$\dot{I}''=\frac{r}{r+R+j\omega L}\cdot\dot{I}_2''=\frac{r}{r+R+j\omega L}\cdot\frac{\dot{E}_2}{r+\dfrac{r(R+j\omega L)}{r+(R+j\omega L)}}$$

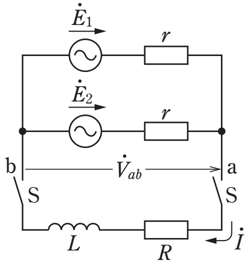
$$=\frac{\dot{E}_2}{r+2R+j2\omega L}$$

$$\therefore\quad \dot{I}=\dot{I}'+\dot{I}''=\frac{\dot{E}_1}{r+2R+j2\omega L}+\frac{\dot{E}_2}{r+2R+j2\omega L}=\boldsymbol{\frac{\dot{E}_1+\dot{E}_2}{r+2R+j2\omega L}}$$

11. 解図 13 のように，a–b 間を開放して考え，スイッチ S を開いたときの a–b 間の電圧 $\dot{V}_{ab}$，a–b 間より見た電源側のインピーダンスを $\dot{Z}_{ab}$ とおくと，

$$\dot{V}_{ab}=\dot{E}_1-r\left(\frac{\dot{E}_1-\dot{E}_2}{2r}\right)=\frac{\dot{E}_1+\dot{E}_2}{2}$$

$$\dot{Z}_{ab}=\frac{r}{2}$$



解図 13

ゆえに，テブナンの定理により，

$$\dot{I}=\frac{\dot{V}_{ab}}{\dot{Z}_{ab}+(R+j\omega L)}=\frac{\dfrac{\dot{E}_1+\dot{E}_2}{2}}{\dfrac{r}{2}+(R+j\omega L)}$$

$$=\frac{\boldsymbol{\dot{E}_1+\dot{E}_2}}{\boldsymbol{r+2R+j2\omega L}}$$

12. ミルマンの定理により $\dot{V}_{ab}$ を求めると，次式となる。

$$\dot{V}_{ab}=\frac{\dfrac{\dot{E}_1}{r}+\dfrac{\dot{E}_2}{r}+\dfrac{0}{R+j\omega L}}{\dfrac{1}{r}+\dfrac{1}{r}+\dfrac{1}{R+j\omega L}}=\frac{(\dot{E}_1+\dot{E}_2)(R+j\omega L)}{2(R+j\omega L)+r}=\frac{(\dot{E}_1+\dot{E}_2)(R+j\omega L)}{r+2R+2j\omega L}$$

$$\therefore\quad \dot{I}=\frac{\boldsymbol{\dot{V}_{ab}}}{\boldsymbol{R+j\omega L}}=\frac{\boldsymbol{\dot{E}_1+\dot{E}_2}}{\boldsymbol{r+2R+2j\omega L}}$$

このように，並列回路においては，ミルマンの定理を用いると簡単に解ける。

13. キルヒホッフの法則により式を立てると，次式のようになる。

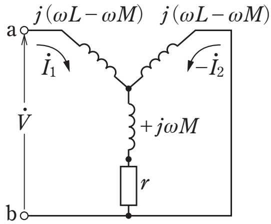
$$\begin{cases}(r+j\omega L)\dot{I}_1-(r+j\omega M)\dot{I}_2=\dot{V}_1\\(r+j\omega M)\dot{I}_1-(r+j\omega L)\dot{I}_2=0\end{cases}$$

$$\therefore\quad \dot{I}_1=\frac{\begin{vmatrix}\dot{V}_1 & -(r+j\omega M)\\ 0 & -(r+j\omega L)\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}r+j\omega L & -(r+j\omega M)\\ r+j\omega M & -(r+j\omega L)\end{vmatrix}}$$

$$=\frac{-(r+j\omega L)\dot{V}_1}{-(r+j\omega L)^2+(r+j\omega M)^2}$$

$$\dot{Z}=\frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1}=\frac{(r+j\omega L)^2-(r+j\omega M)^2}{r+j\omega L}$$

$$=\frac{\boldsymbol{r\omega^2(L-M)^2}}{\boldsymbol{r^2+\omega^2L^2}}+\boldsymbol{j}\frac{\boldsymbol{\omega(L-M)\{2r^2+\omega^2L(L+M)\}}}{\boldsymbol{r^2+\omega^2L^2}}$$



解図 14

または，解図 14 のように $\dot{I}_2$ の方向を逆にすると和動となるので，V–Y 変換して $\dot{Z}$ を求めると，

$$\dot{Z}=j(\omega L-\omega M)+\frac{j(\omega L-\omega M)(r+j\omega M)}{j(\omega L-\omega M)+(r+j\omega M)}$$

$$=j(\omega L-\omega M)+\frac{\omega(L-M)(-\omega M+jr)}{r+j\omega L}$$

$$=\frac{\boldsymbol{r\omega^2(L-M)^2}}{\boldsymbol{r^2+\omega^2L^2}}+\boldsymbol{j}\frac{\boldsymbol{\omega(L-M)\{2r^2+\omega^2L(L+M)\}}}{\boldsymbol{r^2+\omega^2L^2}}$$

14. 図 6·117 (a) の回路では，抵抗 R_1 の端子電圧が $\dot{V}_{ab}$ に等しい。すなわち，

$$\dot{V}_{ab}=\frac{\boldsymbol{R_1}}{\boldsymbol{R_1+R_2}}\boldsymbol{\dot{E}_2}$$

図 (b) の回路では，$\dot{E}_1>\dot{E}_2$ とすれば，

$$\dot{V}_{ab}=\dot{E}_2+j\omega L\dot{I}_L=\dot{E}_2+j\omega L\cdot\frac{\dot{E}_1-\dot{E}_2}{R_1+j\omega L}$$

$$\therefore\quad \dot{V}_{ab}=\frac{\dot{E}_2(R_1+j\omega L)+j\omega L(\dot{E}_1-\dot{E}_2)}{R_1+j\omega L}=\frac{R_1\dot{E}_2+j\omega L\dot{E}_1}{R_1+j\omega L}$$

$$=\boldsymbol{\frac{\omega^2L^2\dot{E}_1+R_1{}^2\dot{E}_2}{R_1{}^2+\omega^2L^2}+\frac{j\omega LR_1(\dot{E}_1-\dot{E}_2)}{R_1{}^2+\omega^2L^2}}$$

図(c)の回路では，端子aの電位 $\dot{V}_a$ と端子bの電位 $\dot{V}_b$ との差を求める。

$$\dot{V}_{ab}=\dot{V}_a-\dot{V}_b=\frac{R_2}{R_1+R_2}\dot{E}-\frac{j\omega L_2}{j\omega(L_1+L_2)}\dot{E}=\boldsymbol{\left(\frac{R_2}{R_1+R_2}-\frac{L_2}{L_1+L_2}\right)\dot{E}}$$

15. 図6·117(a)の回路では，抵抗 R_1 と R_2 の並列の合成抵抗となる。したがって，

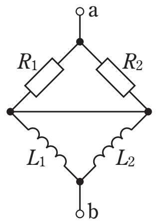
$$\dot{Z}=\boldsymbol{\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}}$$

図(b)の回路では，抵抗 R_1 とインダクタンス L の並列となる。したがって，

$$\dot{Z}=\frac{j\omega LR_1}{R_1+j\omega L}=\frac{j\omega LR_1(R_1-j\omega L)}{(R_1+j\omega L)(R_1-j\omega L)}$$

$$=\boldsymbol{\frac{\omega^2L^2R_1}{R_1{}^2+\omega^2L^2}+j\frac{\omega LR_1{}^2}{R_1{}^2+\omega^2L^2}}$$

図(c)の回路では，解図15のような回路となる。したがって，

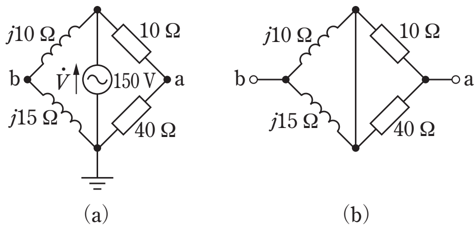


解図 15

$$\dot{Z}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}+\frac{j\omega L_1\cdot j\omega L_2}{j\omega(L_1+L_2)}$$

$$=\boldsymbol{\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}+j\frac{\omega L_1L_2}{L_1+L_2}}$$

16. スイッチS開のときのa–b間の電圧は，解図16(a)より，



解図 16

$$\dot{V}_{ab}=\dot{V}_a-\dot{V}_b=\frac{40}{40+10}\times150-\frac{j15}{j10+j15}\times150=120-90=30\ \text{〔V〕}$$

このとき，a–b間より電源側をみたインピーダンス $\dot{Z}_{ab}$ は，解図16(b)より，

$$\dot{Z}_{ab}=\frac{10\times40}{40+10}+\frac{j10\times j15}{j10+j15}=8+j6\ \text{〔Ω〕}$$

ゆえに，テブナンの定理により，Sを閉じたときに流れる電流 $\dot{I}$ は，

$$\dot{I}=\frac{\dot{V}_{ab}}{\dot{Z}_{ab}+(1+j6)}=\frac{30}{9+j12}=\frac{10}{3+j4}=1.2-j1.6\,[\mathrm{A}]$$

$$\therefore\quad I=\frac{10}{5}=\mathbf{2}\ [\mathbf{A}]$$

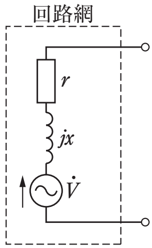
17. テブナンの定理（等価電圧源の定理）により，回路網を解図17のような等価電源に置き換えてみる。

スイッチのノッチ1より，$\dot{V}=10\,[\mathrm{V}]$

ノッチ2より，$\left|\dfrac{1}{(1+r)+jx}\times 10\right|=2\quad\therefore\quad 25=(1+r)^2+x^2\qquad(1)$

ノッチ3より，$\left|\dfrac{1}{r+j(1+x)}\times 10\right|=2\quad\therefore\quad 25=r^2+(1+x)^2\qquad(2)$

$$\therefore\quad\begin{cases}r^2+2r+x^2=24 & (1)'\\ r^2+2x+x^2=24 & (2)'\end{cases}$$



解図 17

式(1)′－式(2)′より，

$$r=x\qquad(3)'$$

これを式(1)′に代入して，

$$2r^2+2r-24=0,\qquad (r-3)(r+4)=0$$

$$\therefore\quad r=3,\qquad r=-4$$

となるが，$r=-4$ は不適当であるから，$r=3\,[\Omega]$ が解となる。

したがって，解図17において，

$$r=3\ [\Omega],\quad x=3\ [\Omega],\quad \dot{V}=10\ [\mathrm{V}]$$

であるから，スイッチのノッチを4に入れた場合の電圧計の指示値 V は，

$$V=\left|\frac{7+j7}{(3+j3)+(7+j7)}\times 10\right|=\left|\frac{7+j7}{10+j10}\right|\times 10=\frac{7\sqrt{2}}{10\sqrt{2}}\times 10=\mathbf{7}\ [\mathbf{V}]$$

18. まず平衡条件から r_x と L_x を求めると，次式のようになる。

$$R_1R_2=(r_x+j\omega L_x)\frac{\dfrac{R_c}{j\omega C_s}}{R_c+\dfrac{1}{j\omega C_s}}=(r_x+j\omega L_x)\frac{R_c}{1+j\omega C_sR_c}$$

$$R_1R_2(1+j\omega C_sR_c)=R_c(r_x+j\omega L_x)$$

$$R_1R_2+jC_sR_cR_1R_2=R_cr_x+j\omega L_xR_c$$

$$\therefore\quad r_x=\frac{R_1R_2}{R_c}=\frac{10\times 500}{5\,000}=\mathbf{1}\ [\boldsymbol{\Omega}]$$

$$L_x = C_s R_1 R_2 = 1\times10^{-6}\times10\times500 = 5\times10^{-3}\ 〔\mathrm{H}〕= \mathbf{5}\ 〔\mathbf{mH}〕$$

19. a–b 間のコイルの発生する磁束と，b–c 間のコイルの発生する磁束は，互いに打ち消し合う方向に発生するので，差動結合である。ゆえに，a–c 間の合成インピーダンスを $\dot{Z}$ とおくと，

$$\dot{Z} = j\omega L_1 + j\omega L_2 - j2\omega M = j9 + j4 - j2\times4 = j5\ 〔\Omega〕$$

ゆえに，回路電流 $\dot{I}$ は，次式となる。

$$\dot{I} = \frac{\dot{V}}{\dot{Z}} = \frac{50}{j5} = -j10\ 〔\mathrm{A}〕$$

したがって，$\dot{V}_{ab}$，$\dot{V}_{bc}$ は次式となる。

$$\dot{V}_{ab} = (j\omega L_1 - j\omega M)\dot{I} = (j9 - j4)(-j10) = \mathbf{50}\ 〔\mathbf{V}〕$$

$$\dot{V}_{bc} = (j\omega L_2 - j\omega M)\dot{I} = (j4 - j4)(-j10) = 0\ 〔\mathrm{A}〕$$

20. V–Y 変換を行うと，$\dot{I}_1$ と $\dot{I}_2$ の電流の作る磁束は，同じ方向であるので，和動結合であるから，解図 18 となる。

$$\therefore\ \dot{Z}_{bc} = j4 + \frac{j4\times4}{4+j4} = j4 + \frac{j4}{1+j}$$

$$= j4 + j2(1-j) = \mathbf{2 + j6}\ 〔\boldsymbol{\Omega}〕$$

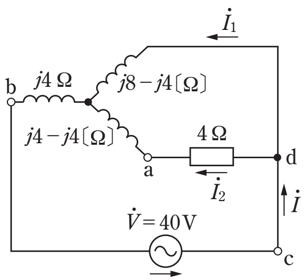
$$\therefore\ \dot{I} = \frac{40}{2+j6} = \mathbf{2 - j6}\ 〔\mathbf{A}〕$$

$$\therefore\ \dot{I}_1 = \frac{4}{4+j4}\times(2-j6) = \frac{2-j6}{1+j}$$

$$= (1-j3)(1-j) = -2 - j4\ 〔\mathrm{A}〕$$

$$\therefore\ \dot{I}_2 = \dot{I} - \dot{I}_1 = (2-j6) - (-2-j4) = \mathbf{4 - j2}\ 〔\mathbf{A}〕$$

$$\therefore\ \dot{V}_{ab} = j4\times(2-j6) = \mathbf{24 + j8}\ 〔\mathbf{V}〕$$



解図 18

〔**別解**〕 なお，教科書の図 6･122 に対して，キルヒホッフの方程式を立てると，

$$\begin{cases} (4+j4)\dot{I}_2 + j4\dot{I}_1 = 40 & (1) \\ j8\dot{I}_1 + j4\dot{I}_2 = 40 & (2) \end{cases}$$

$$\therefore\ \begin{cases} j2\dot{I}_1 + (2+j2)\dot{I}_2 = 20 & (1)' \\ j2\dot{I}_1 + j\dot{I}_2 = 10 & (2)' \end{cases}$$

式(1)′－式(2)′ より，$(2+j)\dot{I}_2 = 10$

$$\therefore\ \dot{I}_2 = \frac{10}{2+j} = 2(2-j) = \mathbf{4 - j2}\ 〔\mathbf{A}〕 \qquad (3)$$

これを式(2)′ へ代入して，

$$j2\dot{I}_1+j(4-j2)=10 \qquad \therefore \quad \dot{I}_1=\frac{8-j4}{j2}=-j(4-j2)=\mathbf{-2-\mathit{j}4}\ \text{〔A〕} \quad (4)$$

$$\therefore \quad \dot{I}=\dot{I}_1+\dot{I}_2=\mathbf{2-\mathit{j}6}\ \text{〔A〕} \qquad \therefore \quad \dot{Z}_{bc}=\frac{40}{2-j6}=\mathbf{2+\mathit{j}6}\ \text{〔A〕}$$

$$\therefore \quad \dot{V}_{ab}=j4\dot{I}_1+j4\dot{I}_2=j4(4-j2)+j4(-2-j4)=j16+8+16=\mathbf{24+\mathit{j}8}\ \text{〔V〕}$$

となる。この場合，V–Y 変換を用いる方が簡単である。

21. ミルマンの定理により $\dot{V}_{oo'}$を求めると，

$$\dot{V}_{oo'}=\frac{\dfrac{120}{1}+\dfrac{-60-j60\sqrt{3}}{2}+\dfrac{-60+j60\sqrt{3}}{2}}{\dfrac{1}{1}+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}}=\frac{120-60}{2}=\mathbf{30}\ \text{〔V〕}$$

第7章　三相交流

問

7･1　三相起電力のベクトルと記号式

問1　（a）　瞬時値を表す式は，式(7･4)から，

$$e_a = E_m \sin \omega t = \mathbf{200\sqrt{2}\ sin}\ \boldsymbol{\omega t}\ [\mathrm{V}]$$

$$e_b = E_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) = \mathbf{200\sqrt{2}\ sin}\left(\boldsymbol{\omega t - \frac{2\pi}{3}}\right)\ [\mathrm{V}]$$

$$e_c = E_m \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) = \mathbf{200\sqrt{2}\ sin}\left(\boldsymbol{\omega t - \frac{4\pi}{3}}\right)\ [\mathrm{V}]$$

（b）　記号式で表す式は，式(7･5)から，

$$\dot{E}_a = E = \mathbf{200}\ [\mathrm{V}]$$

$$\dot{E}_b = E\left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 200\left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \mathbf{-100 - \boldsymbol{j}100\sqrt{3}}\ [\mathrm{V}]$$

$$\dot{E}_c = E\left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 200\left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \mathbf{-100 + \boldsymbol{j}100\sqrt{3}}\ [\mathrm{V}]$$

問2　式(7･6)および式(7･5)から，

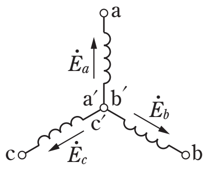
$$\dot{E}_a = E = \mathbf{200}\ [\mathrm{V}]$$

$$\dot{E}_b = E\varepsilon^{j\frac{2\pi}{3}} = E\left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \mathbf{-100 + \boldsymbol{j}100\sqrt{3}}\ [\mathrm{V}]$$

$$\dot{E}_c = E\varepsilon^{-j\frac{2\pi}{3}} = E\left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \mathbf{-100 - \boldsymbol{j}100\sqrt{3}}\ [\mathrm{V}]$$

7･2　三相の結線法と電圧・電流の関係

問1　正しい結線図は，解図1のようになる。



解図1

問2　線間電圧を V，相電流を I' とすれば，

式(7･12)から，

$$I' = \frac{V}{Z} = \frac{200}{20} = \mathbf{10}\ [\mathrm{A}]$$

また，線電流を I とすれば，式(7･15)から，

$$I=\sqrt{3}I'=\sqrt{3}\times 10=\mathbf{17.3}\ 〔\mathrm{A}〕$$

問 3　星形結線の場合，線間電圧を V，相電圧を V' とすれば，式(7･10)から，

$$V'=\frac{V}{\sqrt{3}}=\frac{200}{\sqrt{3}}$$

また，線電流を I，1 個の抵抗を R とすれば，

$$R=\frac{V'}{I}=\frac{200}{\sqrt{3}}\times\frac{1}{10}=\frac{20}{\sqrt{3}}\fallingdotseq\mathbf{11.5}\ 〔\Omega〕$$

問 4　V 結線の場合の線間電圧と相電圧の関係は，

$$\dot{V}_{ab}=\dot{E}_a=E_a=200\ 〔\mathrm{V}〕$$

$$\dot{V}_{bc}=\dot{E}_b=E_a\left(-\frac{1}{2}-j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=200\left(-\frac{1}{2}-j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=-100+j100\sqrt{3}$$

$$\therefore\quad |\dot{V}_{bc}|=\sqrt{100^2+(100\sqrt{3})^2}=200\ 〔\mathrm{V}〕$$

$$\dot{V}_{ca}=-(\dot{E}_a+\dot{E}_b)=(200-100-j100\sqrt{3})=-100+j100\sqrt{3}$$

$$\therefore\quad |\dot{V}_{ca}|=\sqrt{100^2+(100\sqrt{3})^2}=200\ 〔\mathrm{V}〕$$

したがって，

$$V_{ab}=V_{bc}=V_{ca}=\mathbf{200}\ 〔\mathrm{V}〕$$

次に，負荷の相電圧を V' とすれば，線電流 I は，

$$I=\frac{V'}{R}=\frac{V_{ab}}{\sqrt{3}R}=\frac{200}{\sqrt{3}\times 10}=\frac{20}{\sqrt{3}}\fallingdotseq 11.5\ 〔\mathrm{A}〕$$

$$\therefore\quad I=I_a=I_b=I_c=\mathbf{11.5}\ 〔\mathrm{A}〕$$

7･3　三相交流の電力と力率

問 1　線間電圧を V，相電圧を V' とすれば，

$$V'=\frac{V}{\sqrt{3}}=\frac{200}{\sqrt{3}}\ 〔\mathrm{V}〕$$

また，負荷一相のインピーダンスを Z，線電流を I とすれば，

$$I=\frac{V'}{Z}=\frac{V'}{\sqrt{R^2+X^2}}=\frac{200/\sqrt{3}}{\sqrt{6^2+8^2}}=\frac{200}{\sqrt{3}\times 10}=\frac{20}{\sqrt{3}}\ 〔\mathrm{A}〕$$

ゆえに，一相の電力を P'，三相電力を P とすれば，式(7･17)′から，

$$P'=I^2R=\left(\frac{20}{\sqrt{3}}\right)^2\times 6=\frac{400}{3}\times 6=800\ 〔\mathrm{W}〕$$

$\therefore\quad P=3P'=3\times800=2\,400$〔W〕$=\mathbf{2.4}$〔**kW**〕

問 2　単相変圧器 2 台を V 結線にしたときの出力 P は，式 (7･21) から，

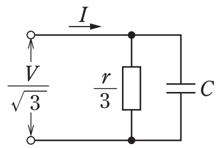
$$P=30\times\sqrt{3}=\mathbf{51.96}\text{〔kVA〕}$$

7･4　平衡三相交流回路の計算

問 1　式 (7･24) を用いて，△→Y 変換すればよい。したがって，

$$R_a=\boldsymbol{\frac{R_1}{3}}$$

問 2　図 7･47 の△結線された抵抗負荷を △−Y 変換し，その等価単相回路を描くと解図 2 のようになる。この図からインピーダンス $\dot{Z}$ は，



解図 2

$$\dot{Z}=\frac{\dfrac{r}{3}\times\dfrac{1}{j\omega C}}{\dfrac{r}{3}+\dfrac{1}{j\omega C}}=\frac{r}{3j\omega C}\times\frac{3j\omega C}{3+j\omega Cr}$$

$$=\frac{r}{3+j\omega Cr}$$

ゆえに，線電線 $\dot{I}$ は，

$$\dot{I}=\frac{\dfrac{V}{\sqrt{3}}}{\dot{Z}}=\frac{V}{\sqrt{3}}\times\frac{3+j\omega Cr}{r}=\frac{V}{\sqrt{3}}\left(\frac{3}{r}+j\omega C\right)$$

$$\therefore\quad I=\frac{V}{\sqrt{3}}\sqrt{\left(\frac{3}{r}\right)^2+(\omega C)^2}=\boldsymbol{\frac{V}{\sqrt{3}}\sqrt{\left(\frac{3}{r}\right)^2+(2\pi fC)^2}}\text{〔A〕}$$

また，一相の電力を P'，全電力を P とすれば，

$$P'=\left(\frac{V/\sqrt{3}}{r/3}\right)^2\frac{r}{3}=\left(\frac{V}{\sqrt{3}}\times\frac{3}{r}\right)^2\frac{r}{3}=\frac{V^2}{r}\text{〔W〕}$$

$$\therefore\quad P=3P'=\boldsymbol{3\frac{V^2}{r}}\text{〔W〕}$$

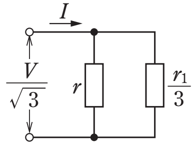
問 3　図 7･48 (a) の等価単相回路は，解図 3 のようになる。この図から合成抵抗を R とすれば，

$$R=\frac{r\times\dfrac{r_1}{3}}{r+\dfrac{r_1}{3}}=\frac{rr_1}{3r+r_1}$$

ゆえに，線電流 I は，

$$I=\frac{V/\sqrt{3}}{R}=\frac{V}{\sqrt{3}}\times\frac{3r+r_1}{rr_1}=\frac{200}{\sqrt{3}}\times\frac{3\times4+12}{48}$$

$$=\frac{200\times24}{48\sqrt{3}}\fallingdotseq\mathbf{57.7}\ \text{〔A〕}$$



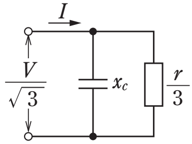
解図 3

図 7･48 (b) の等価単相回路は，解図 4 のようになる。この図からインピーダンス $\dot{Z}$ は，

$$\dot{Z}=\frac{-j\dfrac{rx_C}{3}}{\dfrac{r}{3}-jx_C}=\frac{-jrx_C}{r-j3x_C}=\frac{-j48}{12-j12}=\frac{-j48(12+j12)}{12^2+12^2}=\frac{576-j576}{288}$$

$$=\frac{1}{288}(576-j576)$$

$$Z=\frac{1}{288}\sqrt{576^2+576^2}=2.8\ \text{〔Ω〕}$$



解図 4

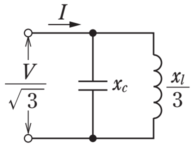
ゆえに，線電流 I は，

$$I=\frac{V/\sqrt{3}}{Z}=\frac{200}{\sqrt{3}}\times\frac{1}{2.8}=\mathbf{41.2}\ \text{〔A〕}$$

図 7･48 (c) の等価単相回路は，解図 5 のようになる。この図からインピーダンス $\dot{Z}$ は，

$$\dot{Z}=\frac{\dfrac{x_lx_C}{3}}{j\left(\dfrac{x_l}{3}-x_C\right)}=-j\frac{x_lx_C}{x_l-3x_C}=\frac{-j72}{24-9}=-j\frac{72}{15}=-j4.8$$

$$Z=4.8\ \text{〔Ω〕}$$



解図 5

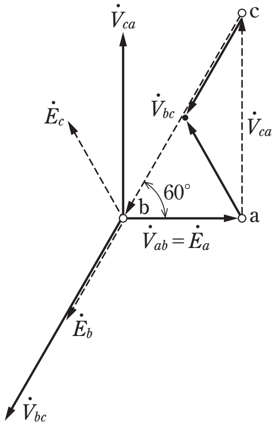
ゆえに，線電流 I は，

$$I=\frac{V/\sqrt{3}}{Z}=\frac{200}{\sqrt{3}}\times\frac{1}{4.8}\fallingdotseq\mathbf{24.1}\ \text{〔A〕}$$

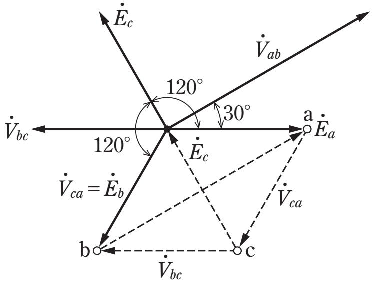
復習問題

基本問題

1. 端子 a–b 間，b–c 間，c–a 間の電圧をそれぞれ $\dot{V}_{ab}$，$\dot{V}_{bc}$，$\dot{V}_{ca}$ とすれば，解図 6 のようなベクトル図になる。



解図 6



解図 7

2. （a） 電圧のベクトル図を描くと，解図 7 のようになる。

（b） 端子 a–b 間，b–c 間，c–a 間の電圧を $\dot{V}_{ab}$，$\dot{V}_{bc}$，$\dot{V}_{ca}$ とすれば，ベクトル図から，

$$V_{ab}=|\dot{V}_{ab}|=|\dot{E}_a-\dot{E}_b|=\sqrt{3}\times 200 \fallingdotseq \mathbf{346.4}\ [\mathrm{V}]$$

$$V_{bc}=|\dot{V}_{bc}|=|\dot{E}_a|=|\dot{E}_c|=\mathbf{200}\ [\mathrm{V}]$$

$$V_{ca}=|\dot{V}_{ca}|=|\dot{E}_a|=|\dot{E}_c|=\mathbf{200}\ [\mathrm{V}]$$

3. △結線の場合の相電流と線電流の関係は，式 (7･15) から，

$$I=\sqrt{3}I'=\sqrt{3}\times 20 \fallingdotseq \mathbf{34.64}\ [\mathrm{A}]$$

4. **星形結線した場合**　相電流 I' および線電流 I は，

$$I'=I=\frac{V'}{Z}=\frac{200/\sqrt{3}}{\sqrt{12^2+16^2}}=\frac{200}{20\sqrt{3}}=\mathbf{5.77}\ [\mathrm{A}]$$

三角結線した場合　相電流 I' および線電流 I は，

$$I'=\frac{V}{Z}=\frac{200}{\sqrt{12^2+16^2}}=\frac{200}{20}=\mathbf{10}\ [\mathrm{A}]$$

$$I=I'\times\sqrt{3}=10\times\sqrt{3}\fallingdotseq \mathbf{17.32}\ [\mathrm{A}]$$

負荷の力率 $\cos\theta$ は，

$$\cos\theta=\frac{R}{Z}=\frac{12}{\sqrt{12^2+16^2}}=\mathbf{0.6}\qquad(\mathbf{60\%})$$

5. 図 7･55 (a) の**星形結線の場合**

（a） 線間電圧を V とすれば，相電流 I' は，

$$I'=\frac{V/\sqrt{3}}{R}=\frac{100}{\sqrt{3}}\times\frac{1}{20}\fallingdotseq\mathbf{2.89}\ 〔\mathrm{A}〕$$

（b） 線電流 I は，

$$I=I'\fallingdotseq\mathbf{2.89}\ 〔\mathrm{A}〕$$

（c） 相電圧 V' は，

$$V'=\frac{V}{\sqrt{3}}=\frac{100}{\sqrt{3}}\fallingdotseq\mathbf{57.74}\ 〔\mathrm{V}〕$$

（d） 全消費電力 P は，式(7･17)′ から，

$$P=3I^2R=3\times\left(\frac{100}{20\sqrt{3}}\right)^2\times20=\mathbf{500}\ 〔\mathrm{W}〕$$

図 7･55 (b) の**三角結線の場合**

（a） 線間電圧を V とすれば，相電流 I' は，

$$I'=\frac{V}{R}=\frac{100}{20}=\mathbf{5}\ 〔\mathrm{A}〕$$

（b） 線電流 I は，式(7･15)から，

$$I=\sqrt{3}I'=\sqrt{3}\times5\fallingdotseq\mathbf{8.66}\ 〔\mathrm{A}〕$$

（c） 相電圧 V' は，

$$V'=V=\mathbf{100}\ 〔\mathrm{V}〕$$

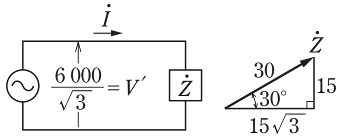
（d） 全消費電力 P は，

$$P=3I'^2R=3\times5^2\times20=\mathbf{1\,500}\ 〔\mathrm{W}〕$$

6. 等価単相回路は，解図 8 のようになる。相電圧を V' とすると，

$$V'=6\,000/\sqrt{3}\ 〔\mathrm{V}〕$$

$$\therefore\quad I=\frac{V'}{|\dot{Z}|}=\frac{6\,000/\sqrt{3}}{30}\fallingdotseq\mathbf{115.5}\ 〔\mathrm{A}〕$$



解図 8

7. 負荷一相のインピーダンス $\dot{Z}$ の大きさは，

$$Z=\sqrt{6^2+8^2}=10\ 〔\Omega〕$$

相電圧を V' とすれば，負荷の相電流 I' は，

$$I'=\frac{V'}{Z}=\frac{200}{10}=\mathbf{20}\ 〔\mathrm{A}〕$$

線電流 I は，式(7･15)から，

$$I=\sqrt{3}I'=\sqrt{3}\times20\fallingdotseq\mathbf{34.6}\ 〔\mathrm{A}〕$$

線間電圧 V は，

$$V=V'=\mathbf{200}\ [\mathrm{V}]$$

発展問題

1. (a) 負荷の相電圧を V' とすれば，線電流 $\dot{I}$ は，

$$\dot{I}=\frac{V'}{\dot{Z}}=\frac{208}{\sqrt{3}}\times\frac{1}{3.6+j4.8}=120\times\frac{3.6-j4.8}{3.6^2+4.8^2}$$

$$=\frac{432-j576}{36}=12-j16\ [\mathrm{A}]$$

$$\therefore\quad |\dot{I}|=\sqrt{12^2+16^2}=\mathbf{20}\ [\mathrm{A}]$$

(b) 電源の相電流 I' は，式 (7･15) の関係から，

$$I'=\frac{I}{\sqrt{3}}=\frac{20}{\sqrt{3}}\fallingdotseq\mathbf{11.55}\ [\mathrm{A}]$$

2. 図 7･57 の負荷 $\dot{Z}$ を △–丫 変換し，一相のインピーダンス $\dot{Z}'$ は，

$$\dot{Z}'=\frac{\dot{Z}}{3}=\frac{6.8+j5.1}{3}$$

ゆえに，相電圧は $V'=200\,[\mathrm{V}]$ であるから，

$$I=\frac{V'}{Z'}=\frac{200}{|\dot{Z}|}=200\times\frac{3}{\sqrt{6.8^2+5.1^2}}=\frac{600}{8.5}\fallingdotseq\mathbf{70.6}\ [\mathrm{A}]$$

3. 一相のインピーダンス $\dot{Z}$ の大きさ Z は，

$$Z=\sqrt{36^2+48^2}=60\ [\Omega]$$

相電圧を V' とすれば，負荷の相電流 I' は，

$$I'=\frac{V'}{Z}=\frac{200}{60}=\frac{10}{3}\fallingdotseq3.33\ [\mathrm{A}]$$

ゆえに，全電力 P は，式 (7･17)′ から，

$$P=3I'^2R=3\times\left(\frac{10}{3}\right)^2\times36=1\,200\ [\mathrm{W}]=\mathbf{1.2}\ [\mathrm{kW}]$$

また，全無効電力 Q は，式 (7･19)′ から，

$$Q=3I'^2X=3\times\left(\frac{10}{3}\right)^2\times48=1\,600\ [\mathrm{var}]=\mathbf{1.6}\ [\mathrm{kvar}]$$

4. 図 7･58 のヒータは電源から見ると△結線されている。

(a) 各ヒータの抵抗 R は，120 V 加わって 10 A 流れるから，

$$R=\frac{120}{10}=\mathbf{12}\ [\Omega]$$

(b) 線電流 I，すなわち電流計Ⓐの読みは，相電流が $I'=10\,[\mathrm{A}]$ ゆえ，

$$I = \sqrt{3} I' = \sqrt{3} \times 10 \fallingdotseq \mathbf{17.32}\ [\mathbf{A}]$$

（c） 全電力 P は，式(7·17)′ から，

$$P = 3I'^2R = 3 \times 10^2 \times 12 = 3\,600\ [\mathrm{W}] = \mathbf{3.6}\ [\mathbf{kW}]$$

5. $|\dot{I}'| = \dfrac{210}{|5\sqrt{3}+j5|} = \dfrac{210}{10} = 21\,[\mathrm{A}]$

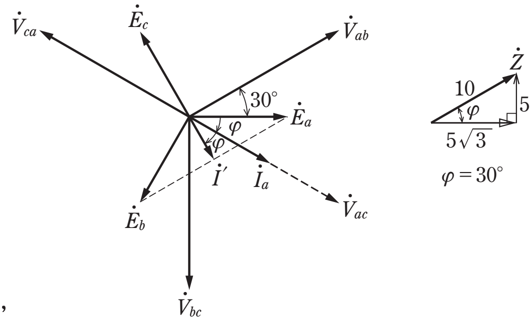
$$|\dot{I}_a| = \sqrt{3}\,|\dot{I}'| = 21\sqrt{3}\,[\mathrm{A}]$$

ベクトル図(解図 9)は $\dot{E}_a$ 基準で描いてあるが，$\dot{V}_{ab}$ 基準では，$\dot{I}'$ は $\dot{V}_{ac}$ より 30° 位相が遅れているので，

$$\dot{I}' = 21\angle -90° = \boldsymbol{-j21}\,[\mathbf{A}]$$

$\dot{I}_a$ は $\dot{E}_a$ より負荷角 30° 遅れており，$\dot{V}_{ab}$ よりは 60° 遅れているので，

$$\dot{I}_a = 21\sqrt{3}\angle -60° = 21 \times \frac{1}{2} - j21 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \fallingdotseq \mathbf{10.5} - \boldsymbol{j}\mathbf{18.2}\,[\mathbf{A}]$$



解図 9

6. 相電圧 V' は，

$$V' = \frac{300}{\sqrt{3}} \fallingdotseq 173.2\ [\mathrm{V}]$$

相電流 I'＝線電流 I であるから，負荷一相のインピーダンス Z は，

$$Z = \frac{V'}{I'} = \frac{173.2}{20} = 8.66\ [\Omega]$$

ゆえに，負荷の抵抗 R は，力率を $\cos\theta$ とすれば，

$$R = Z\cos\theta = 8.66 \times 0.8 = \mathbf{6.93}\ [\boldsymbol{\Omega}]$$

また，負荷のリアクタンス X は，無効力率を $\sin\theta$ とすれば，

$$X = Z\sin\theta = 8.66 \times 0.6 = \mathbf{5.2}\ [\boldsymbol{\Omega}]$$

7. 負荷一相のインピーダンスの大きさ Z は，

$$Z = \sqrt{24^2 + 18^2} = 30\ [\Omega]$$

（a） 負荷の相電圧を V' とすれば，回路の電流 I は，

$$I=\frac{V'}{Z}=\frac{200/\sqrt{3}}{30}=\frac{200}{30\sqrt{3}}\fallingdotseq\mathbf{3.85}\ 〔\mathrm{A}〕$$

（b） 電源の相電流の大きさ I' は，

$$I'=\frac{I}{\sqrt{3}}=\frac{3.85}{\sqrt{3}}=\mathbf{2.22}\ 〔\mathrm{A}〕$$

（c） 負荷の力率 $\cos\theta$ は，負荷一相の抵抗分を R とすれば，

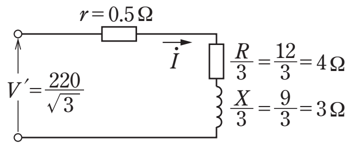
$$\cos\theta=\frac{R}{Z}=\frac{24}{30}=\mathbf{0.8}\qquad(\mathbf{80\%})$$

（d） 負荷の全消費電力 P は，式 (7･17)′ から，

$$P=3I^2R=3\times3.85^2\times24\fallingdotseq1\,067\ 〔\mathrm{W}〕=\mathbf{1.067}\ 〔\mathrm{kW}〕$$

チャレンジ問題

1. 図 7･61 の等価単相回路は，解図 10 のようになる。



解図 10

（a） 線電流 I は，

$$I=\frac{220/\sqrt{3}}{\sqrt{(0.5+4)^2+3^2}}$$

$$=\frac{220}{\sqrt{3}\times\sqrt{29.25}}=\frac{220}{\sqrt{87.75}}=\mathbf{23.49}\ 〔\mathrm{A}〕$$

（b） 相電流 I' は，

$$I'=\frac{I}{\sqrt{3}}=\frac{23.49}{\sqrt{3}}=\mathbf{13.56}\ 〔\mathrm{A}〕$$

（c） a′–b′ 間の電圧を $V_{a'b'}$ とすれば，

$$V_{a'b'}=\sqrt{R^2+X^2}\cdot I'$$

$$=\sqrt{12^2+9^2}\times13.56=\mathbf{203.4}\ 〔\mathrm{V}〕$$

（d） 負荷の全電力 P は，式 (7･17)′ から，

$$P=3I'^2R=3\times13.56^2\times12\fallingdotseq\mathbf{6.619}\ 〔\mathrm{kW}〕$$

2. △結線であるから，線間電圧 V＝相電圧 V' となり，

$$V_{ab}=V_{bc}=V_{ca}=V'=200\ 〔\mathrm{V}〕$$

また，相電流 I' は，

$$I_{ab}=I_{bc}=I_{ca}=I'=20\ 〔\mathrm{A}〕$$

（a） 線電流 I は，

$$I=\sqrt{3}I'=\sqrt{3}\times 20 \fallingdotseq \mathbf{34.64}\ [\mathrm{A}]$$

(b) 負荷一相のインピーダンス Z は，

$$Z=\frac{V'}{I'}=\frac{200}{20}=\mathbf{10}\ [\Omega]$$

(c) 負荷の力率 $\cos\theta$ は，相電圧と相電流の位相差が $\dfrac{\pi}{6}$ であるから，

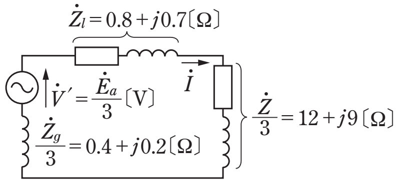
$$\cos\frac{\pi}{6}=\mathbf{0.866}\ (86.6\%)\ 遅れ力率$$

(d) 負荷の三相電力 P は，式 (7·17) から，

$$P=3V'I'\cos\theta=3\times 200\times 20\times 0.866=10\,392\ [\mathrm{W}]$$
$$=\mathbf{10.392}\ [\mathbf{kW}]$$

3. 図 7·63 の等価単相回路は，解図 11 のようになる。この図から，合成インピーダンス $\dot{Z}_0$ の大きさは，

$$Z_0=\sqrt{(0.4+0.8+12)^2+(0.2+0.7+9)^2}$$
$$=\sqrt{13.2^2+9.9^2}=16.5\ [\Omega]$$



解図 11

(a) 線電流を I，相電流を I' とすれば，

$$I=\frac{V'}{Z_0}=\frac{220}{\sqrt{3}}\times\frac{1}{16.5}\fallingdotseq \mathbf{7.70}\ [\mathrm{A}]$$

$$I'=\frac{I}{\sqrt{3}}=\frac{220}{3\times 16.5}\fallingdotseq \mathbf{4.44}\ [\mathrm{A}]$$

(b) 負荷の両端の電圧を V_{ab} とすれば，

$$V_{ab}=ZI'=\sqrt{36^2+27^2}\times 4.44=\mathbf{200}\ [\mathrm{V}]$$

(c) 負荷の全消費電力 P は，負荷一相の抵抗分を R とすれば，

$$P=3I'^2R=3\times\left(\frac{7.698}{\sqrt{3}}\right)^2\times 36=2\,133\ [\mathrm{W}]=\mathbf{2.133}\ [\mathbf{kW}]$$

第8章　電　気　計　測

復習問題

基本問題

1. （a）可動コイル形　（b）可動鉄片形　（c）電流力計形　（d）熱電形
（e）誘導形

2. （c）電流力計形

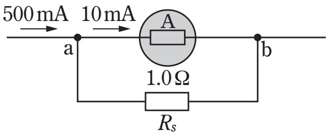
3. （d）熱電形（約 10 MHz まで）

4. 電流計が最大目盛を示している状態で図示すると，解図 1 となる。ここに，分流器の抵抗を R_s，倍率を m とする。したがって，図の a–b 間の電圧を V_{ab} とすると，

$$V_{ab}=0.01\times1.0=(0.5-0.01)\times R_s$$

$$\therefore\quad R_s=\frac{0.01}{0.49}\fallingdotseq\mathbf{0.0204\ [\Omega]}$$

$$m=\frac{500\ [\mathrm{mA}]}{10\ [\mathrm{mA}]}=\mathbf{50}$$



解図 1

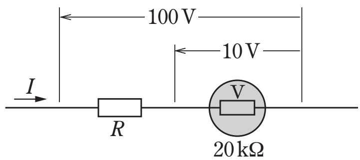
5. 電圧計が最大目盛を示している状態で図示すると，解図 2 となる。ここに，倍率器の抵抗を R，倍率を m とする。

$$m=\frac{100\ [\mathrm{V}]}{10\ [\mathrm{V}]}=\mathbf{10}$$

また，回路電流を I とすると，

$$I=\frac{100-10}{R}=\frac{10}{20\times10^3}$$

$$\therefore\quad R=\frac{90}{10}\times20\times10^3=180\times10^3\ [\Omega]=\mathbf{180\ [k\Omega]}$$

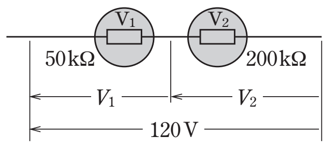


解図 2

6. 直列回路では，抵抗値とその両端の電圧は比例する。
電圧計も回路的には抵抗と考えられるから，

$$\mathrm{V_1}\text{の指示}:\mathrm{V_2}\text{の指示}=50:200=1:4$$

120 V を 1 : 4 の比に分けると，



解図 3

V_1 の指示$=120\times\dfrac{1}{5}=$**24**〔V〕

V_2 の指示$=120\times\dfrac{4}{5}=$**96**〔V〕

7. (a) VT……p. 164 参照

(b) CT……p. 164〜165 参照

8. 誤　差 $\varepsilon=|49.2-50.00|=$**0.8**〔V〕

百分率誤差 $\varepsilon_0=\dfrac{\varepsilon}{T}\times100=\dfrac{0.8}{50}\times100=$**1.6**〔%〕

発 展 問 題

1. 図 8・59 において，電圧計の指示値を V，電流計の指示値を I とすると，図(a)の回路では，

$$\frac{V}{I}=\frac{R\cdot r_V}{R+r_V}=\frac{20\times10\,000}{20+10\,000}=\frac{200\,000}{10\,020}\fallingdotseq19.960\ 〔\Omega〕$$

$$\varepsilon'\fallingdotseq19.960-20\fallingdotseq-\mathbf{0.04}\ 〔\Omega〕$$

図 (b) の回路では，

$$\frac{V}{I}=r_A+R=21\ 〔\Omega〕,\qquad \therefore\quad \varepsilon'=21-20=\mathbf{1}\ 〔\Omega〕$$

したがって，**図 (a) の回路の方が誤差が少ない**。

2. 抵抗 R を電圧降下法によって求めた測定値を M とし，内部抵抗を計算に入れて算出した抵抗 R の値を真値 T として誤差率 ε〔%〕を計算すると，

$$M=\frac{50.0}{1.00}=50.0=r_a+R=1+T$$

$$\therefore\quad M=50\ 〔\Omega〕,\qquad T=49\ 〔\Omega〕$$

$$\therefore\quad \varepsilon=\frac{M-T}{T}\times100=\frac{50-49}{49}\times100=\mathbf{2.0}\ 〔\%〕$$ (答)……(**4**)

3. 図 (a) の回路の誤差を ε_a'，誤差率を ε_a，図 (b) の回路の誤差を ε_b'，誤差率を ε_b とおき，抵抗 R に流れる電流を I_R とすると，

図 (a) の回路では，r_V による消費電力が誤差 ε_a' となるので，次式が得られる。

$$I=\frac{V}{r_V}+\frac{V}{R}=\frac{V}{r_V}+I_R$$

$$VI = V\left(\frac{V}{r_V} + I_R\right) = \frac{V^2}{r_V} + VI_R$$

$$\therefore \quad \varepsilon_a' = VI - VI_R = \frac{V^2}{r_V}$$

$$\varepsilon_a = \frac{V^2}{VI_R r_V} = \frac{V}{I_R r_V} = \frac{R}{r_V} \qquad (1)$$

図(b)の回路では，r_A による消費電力が誤差 ε_b' となるので，次式が得られる。

$$V = (r_A + R)I$$

$$VI = (r_A + R)I^2 = r_A I^2 + RI^2$$

$$\therefore \quad \varepsilon_b' = VI - RI^2 = r_A I^2$$

$$\varepsilon_b = \frac{r_A I^2}{RI^2} = \frac{r_A}{R} \qquad (2)$$

したがって，$\varepsilon_a = \varepsilon_b$ となるのは，

$$\frac{R}{r_V} = \frac{r_A}{R}$$

$$\therefore \quad \boldsymbol{R = \sqrt{r_A r_V}} \qquad (3)$$

のときである。　(答)……(**1**)

4. 整流形（全波整流）計器は，平均値の 1.11 倍で目盛ってあるから，

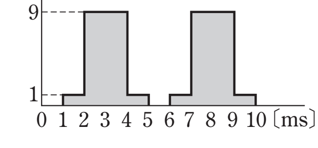
$$10 \times 1.11 = \mathbf{11.1}\ [\mathbf{V}]$$

5. 可動鉄片形電圧計は，実効値を指示する。

$$\text{実効値}\ V_e = \sqrt{\frac{\text{波形の各瞬間の値を 2 乗して作った曲線の 1 周期の面積}}{\text{周期}}}$$

$$= \sqrt{\frac{(1\times1\times10^{-3} + 9\times2\times10^{-3} + 1\times1\times10^{-3})\times2}{10\times10^{-3}}} = \sqrt{4} = \mathbf{2}\ [\mathbf{V}]$$

したがって，電圧計は 2 V を指示する。　(答)……(**4**)



解図 4

なお，この波形の平均値 $V_a = 1.6$〔V〕であるから，もし可動コイル形の電圧計で測定すれば 1.6 V を指示し，整流形電圧計で測定すれば，約 1.78 V を指示する。

6. 熱電形電圧計は，実効値 V_e を指示し，整流形電圧計は，平均値 V_a の1.11倍を指示する。波形率＝V_e/V_a で定義されているので，次式を得る。

$$V_e=107\ 〔\mathrm{V}〕,\qquad V_a\times1.11=95\ 〔\mathrm{V}〕$$

$$\therefore\quad V_a=85.59\ 〔\mathrm{V}〕$$

$$\therefore\quad 波形率=\frac{V_e}{V_a}\fallingdotseq\frac{107}{85.59}\fallingdotseq\mathbf{1.25}$$　　(答)……(**5**)

7. $R_1R_4>R_2R_3$ のとき，R_1 か R_4 を ∞ と考えれば，電流はdからcに向かって流れる。

$R_1R_4<R_2R_3$ のとき，R_2 か R_3 を ∞ と考えれば，電流はcからdに向かって流れる。

つまり，電源電圧を V とし，検流計の内部抵抗を ∞ として，b点を接地した場合のd点電位は V_d，c点電位 V_c は，

$$V_d=\frac{R_4}{R_2+R_4},\qquad V_c=\frac{R_3}{R_1+R_3}$$

$$\therefore\quad V_d-V_c=\frac{R_4R_1-R_2R_3}{(R_2+R_4)(R_1+R_3)}$$

したがって，$R_1R_4>R_2R_3$ では $V_d>V_c$，$R_1R_4<R_2R_3$ では $V_d<V_c$ となる。

8. p. 165参照。

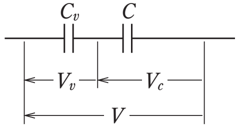
9. コンデンサを直列に接続する。いま，静電電圧計の静電容量を C_v，直列コンデンサの容量を C，全電圧を V，電圧計の指示を V_v，C の両端の電圧を V_c とすれば，

$$V:V_v:V_c=\frac{C_v+C}{C_vC}:\frac{1}{C_v}:\frac{1}{C}$$

となる。上式より，

$$\frac{V}{C_v}=\frac{C_v+C}{C_vC}\cdot V_v$$

$$\therefore\quad V=\frac{C_v+C}{C}\cdot V_v=\left(1+\frac{C_v}{C}\right)V_v$$



解図5

この場合，直列コンデンサ C には，

$$V_c=\frac{C_v}{C_v+C}V$$

の高電圧が加わるので，コンデンサの耐電圧には十分注意する必要がある。

10. p. 156～160参照。

11. (a) 二つのコイルを和動および差動に接続して，それぞれのインダクタンスを測定する。そのときの値を L_A，L_B とすれば，相互インダクタンス M は，次式で

求まる。

$$M=\frac{|L_A-L_B|}{4}$$

（b） それぞれのコイルの自己インダクタンスを L_1，L_2，直列に接続したときの自己インダクタンスを測定する。そのときの値を L_{12} とすれば，相互インダクタンス M は，$L_{12}=L_1+L_2\pm 2M$ より求まる。すなわち，

$$M=\frac{|L_{12}-(L_1+L_2)|}{2}$$

12. 最大目盛 100 V，0.5 級の直流電圧計の誤差は，0.5 V であるから，

指示が 10 V のときの百分率誤差 ε_0 は，

$$\varepsilon_0=\frac{\varepsilon}{T}\times 100=\frac{0.5}{10.5}\times 100\sim\frac{0.5}{9.5}\times 100=\mathbf{4.76\sim 5.26}\ [\%]$$

指示が 50 V のときの百分率誤差 ε_0 は，

$$\varepsilon_0=\frac{\varepsilon}{T}\times 100=\frac{0.5}{50.5}\times 100\sim\frac{0.5}{49.5}\times 100=\mathbf{0.99\sim 1.01}\ [\%]$$

指示が 100 V のときの百分率誤差 ε_0 は，

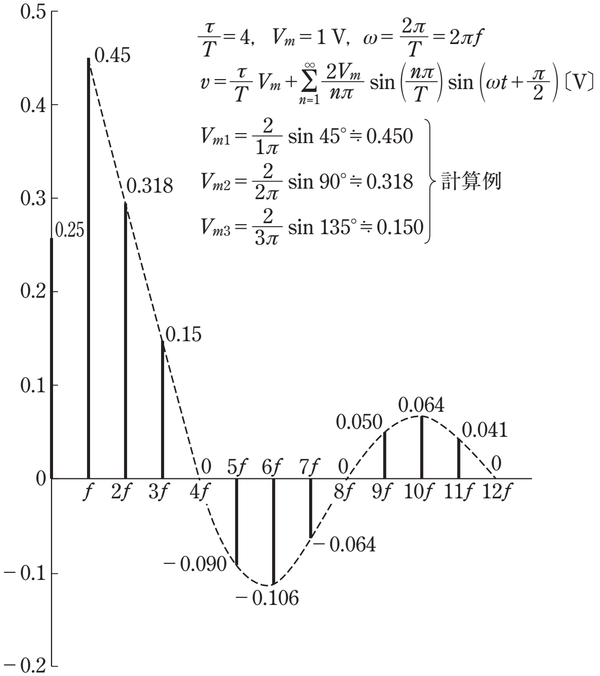
$$\varepsilon_0=\frac{\varepsilon}{T}\times 100=\frac{0.5}{100.5}\times 100\sim\frac{0.5}{99.5}\times 100=\mathbf{0.50}\ [\%]$$

第9章　各　種　の　波　形

問

9・1　各種の波形

問1　表9・1のパルス波の式から，周波数スペクトルを描けば，解図1のようになる。

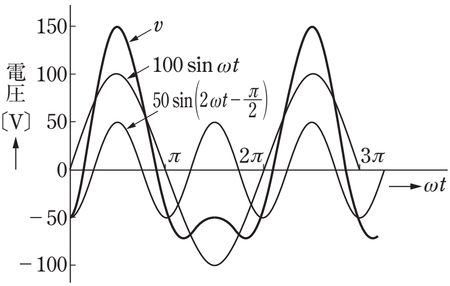


解図1

復習問題

基本問題

1. 非正弦波電圧波形は，解図2のようになる。



解図2

2. 基本波と奇数調波からなるひずみ波は対称波となるが，基本波と偶数調波からなるひずみ波は非対称波となる。

3. (a) **奇数調波**　非正弦波交流の成分中，基本波の奇数倍の周波数を持った高調波をいう。

(b) **周波数スペクトル**　非正弦波交流の成分を，横軸に周波数，縦軸に振幅をとって棒グラフのように表したもの。

(c) **ひずみ率**　非正弦波交流のひずみ率は，基本波の実効値に対する各高調波の実効値の2乗の和の平方根の比を百分率で表したもの (式(9･17)参照)。

4. 実効値を V，ひずみ率を df とすると，

$$V=\sqrt{60^2+9^2+3^2}=\sqrt{3\,690}=\mathbf{60.75}\ 〔\mathrm{V}〕$$

$$d\mathrm{f}=\frac{\sqrt{9^2+3^2}}{60}\times100=\frac{\sqrt{90}}{60}\times100=\mathbf{15.8}\ 〔\%〕$$

5. 電流を i とすると，

$$i=\frac{v}{R}=\frac{100}{2\,000}\sin\omega t+\frac{60}{2\,000}\sin2\omega t$$

$$=\mathbf{0.05\sin\omega t+0.03\sin2\omega t}\ 〔\mathrm{A}〕$$

6. $P=I_1^2R+I_2^2R=\left(\frac{0.05}{\sqrt{2}}\right)^2\times2\,000+\left(\frac{0.03}{\sqrt{2}}\right)^2\times2\,000$

$=2.5+0.9=\mathbf{3.4}$〔W〕

7. 基本波の周波数は 50 Hz であるから，基本波に対するインピーダンス Z_1 は，

$$Z_1=\sqrt{R^2+\frac{1}{(\omega C)^2}}=\sqrt{100^2+\frac{1}{(2\pi\times50\times10\times10^{-6})^2}}=\mathbf{333.6}\ 〔\Omega〕$$

第 3 調波に対するインピーダンス Z_3 は，

$$Z_3=\sqrt{R^2+\frac{1}{(3\omega C)^2}}=\sqrt{10^4+\frac{1}{9\pi^2}\times10^6}=\mathbf{145.8}\ 〔\Omega〕$$

8. 基本波および第 3 調波電流の実効値を，それぞれ I_1，I_3 とすれば，

$$I_1=\frac{10}{Z_1}=\frac{10}{333.6}=\mathbf{0.030}\ 〔\mathrm{A}〕$$

$$I_3=\frac{5}{Z_3}=\frac{5}{145.8}=\mathbf{0.034}\ 〔\mathrm{A}〕$$

9. 基本波（5 000 Hz）に対するインピーダンス Z_1 は，

$$Z_1=\sqrt{1\,000^2+(2\pi\times5\,000\times50\times10^{-3})^2}=1\,862.1\ 〔\Omega〕\fallingdotseq\mathbf{1.86}\ 〔\mathrm{k\Omega}〕$$

第 2 調波（10 000 Hz）に対するインピーダンス Z_2 は，

$$Z_2=\sqrt{1\,000^2+(2\pi\times10\,000\times50\times10^{-3})^2}=3\,296.9\ 〔\Omega〕\fallingdotseq\mathbf{3.30}\ 〔\mathrm{k\Omega}〕$$

10. 基本波および第 2 調波の電流の実効値を，それぞれ I_1，I_2 とすれば，

$$I_1=\frac{100}{Z_1}=\frac{100}{1\,862.1}=0.0537\ 〔\mathrm{A}〕=\mathbf{53.7}\ 〔\mathrm{mA}〕$$

$$I_2=\frac{50}{Z_2}=\frac{50}{3\,296.9}=0.0152\ 〔\mathrm{A}〕=\mathbf{15.2}\ 〔\mathrm{mA}〕$$

11. 図 (a) の回路の時定数 T は，

$$T=\frac{L}{R}=\frac{50\times10^{-3}}{1\,000}=5\times10^{-5}\ 〔\mathrm{s}〕=\mathbf{0.05}\ 〔\mathrm{ms}〕$$

図 (b) の回路の時定数 T は，

$$T=CR=10\times10^{-6}\times1\,000=0.01\ 〔\mathrm{s}〕=\mathbf{10}\ 〔\mathrm{ms}〕$$

12. 式 (9･22) を適用すると，

$$i=\frac{E}{R}\left(1-\varepsilon^{-\frac{R}{L}t}\right)=\frac{10}{5}\left(1-\varepsilon^{-\frac{5}{10}\times3}\right)=2(1-\varepsilon^{-1.5})=\mathbf{1.55}\ 〔\mathrm{A}〕$$

発 展 問 題

1. 電流 i の実効値を I とすれば，

$$I=\sqrt{24^2+8^2+6^2}=\mathbf{26}\ 〔\mathrm{A}〕$$

2. 基本波電流の実効値を I_1 とすれば，

$$I_1 = \frac{100}{\sqrt{20^2+10^2}} = \frac{100}{\sqrt{500}} = 2\sqrt{5} \fallingdotseq \mathbf{4.47}\ 〔\mathrm{A}〕$$

第 3 調波電流の実効値を I_3 とすれば，

$$I_3 = \frac{50}{\sqrt{20^2+30^2}} = \frac{50}{\sqrt{1\,300}} \fallingdotseq \mathbf{1.39}\ 〔\mathrm{A}〕$$

となる。したがって，非正法波電流の実効値 I は，

$$I = \sqrt{I_1^2+I_3^2} = \sqrt{4.47^2+1.39^2} \fallingdotseq \mathbf{4.68}\ 〔\mathrm{A}〕$$

となる。また，電流 i の瞬時値の式は，

$$i = I_1\sqrt{2}\sin(\omega t-\theta_1) + I_3\sqrt{2}\sin(3\omega t-\theta_3)$$

$$= \mathbf{4.47\sqrt{2}\sin(\boldsymbol{\omega} t-0.464)+1.39\sqrt{2}\sin(3\boldsymbol{\omega} t-0.983)}\ 〔\mathrm{A}〕$$

となる。ここに，

$$\theta_1 = \tan^{-1}\frac{\omega L}{R} = \tan^{-1}\frac{10}{20} \fallingdotseq 0.464\ 〔\mathrm{rad}〕$$

$$\theta_3 = \tan^{-1}\frac{3\omega L}{R} = \tan^{-1}\frac{30}{20} \fallingdotseq 0.983\ 〔\mathrm{rad}〕$$

3. 抵抗 R およびコンデンサ C に流れる基本波電流の実効値を，それぞれ I_{1R}，I_{1C}，全基本波電流の実効値を I_1 とすれば，

$$I_1 = \sqrt{I_{1R}{}^2+I_{1C}{}^2} = \sqrt{\left(\frac{100}{50}\right)^2+(100\pi\times50\times10^{-6}\times100)^2} = 2.543\ 〔\mathrm{A}〕$$

R および C に流れる高調波電流の実効値を，それぞれ I_{2R}，I_{2C}，全高調波電流の実効値を I_2 とすれば，

$$I_2 = \sqrt{I_{2R}{}^2+I_{2C}{}^2} = \sqrt{\left(\frac{50}{50}\right)^2+(200\pi\times50\times10^{-6}\times50)^2} = \sqrt{1+2.47}$$

$$= 1.862\ 〔\mathrm{A}〕$$

となる。したがって，ひずみ波電流の実効値 I は，

$$I = \sqrt{I_1^2+I_2^2} = \sqrt{2.543^2+1.862^2} \fallingdotseq \mathbf{3.15}\ 〔\mathrm{A}〕$$

4. 消費電力 P は，

$$P = I_1^2R+I_3^2R = 4.47^2\times20+1.39^2\times20 \fallingdotseq \mathbf{439}\ 〔\mathrm{W}〕$$

5. $R = \dfrac{L}{T} = \dfrac{3\times10^{-3}}{30\times10^{-6}} = \mathbf{100}\ 〔\Omega〕$