第４章　交流回路の基礎

問

4･1　交流現象

問１　波長 λ〔m〕は，式 (4･2) から，

$$\lambda=\frac{c}{f}=\frac{3\times10^8}{531\times10^3}\sim\frac{3\times10^8}{1602\times10^3}=\mathbf{564.97\sim187.26}\ \text{〔m〕}$$

問２　周波数 f は，式 (4･2) から，

$$f=\frac{c}{\lambda}=\frac{3\times10^8}{0.390}\sim\frac{3\times10^8}{0.638}=7.69\times10^8\sim4.70\times10^8\ \text{〔Hz〕}$$

$$=\mathbf{769\sim470}\ \text{〔MHz〕}$$

問３　角周波数 ω〔rad/s〕は，式 (4･5) から，

$$\omega=2\pi f=2\pi\times300\times10^6=\mathbf{1.88\times10^9}\ \text{〔rad/s〕}$$

周期 T〔s〕は，式 (4･1) から，

$$T=\frac{1}{f}=\frac{1}{300\times10^6}=\mathbf{3.3\times10^{-9}}\ \text{〔s〕}$$

波長 λ〔m〕は，式 (4･2) から，

$$\lambda=\frac{c}{f}=\frac{3\times10^8}{300\times10^6}=\mathbf{1}\ \text{〔m〕}$$

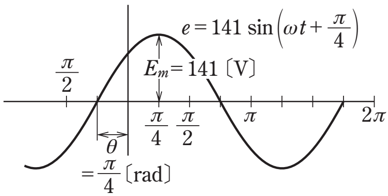
問４　　角周波数　$\omega=\mathbf{376.8}$〔rad/s〕

周 波 数　$f=\dfrac{\omega}{2\pi}=\dfrac{376.8}{2\pi}=\mathbf{60}$〔Hz〕

周　　期　$T=\dfrac{1}{f}=\dfrac{1}{60}=\mathbf{0.0167}$〔s〕

4･2　正弦波交流の発生

問１　解図１のようになる。



解図 1

問 2　　位相差$=\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}=\boldsymbol{\frac{\pi}{12}}$〔**rad**〕

4・3　交流の平均値・実効値

問 1　　実効値$=\frac{I_m}{\sqrt{2}}=\frac{50}{\sqrt{2}}=\frac{50\sqrt{2}}{2}=25\sqrt{2}=$ **35.4**〔**A**〕

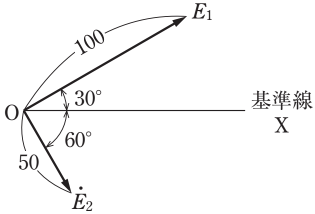
平均値$=I_m\times\frac{2}{\pi}=50\times\frac{2}{\pi}=$ **31.8**〔**A**〕

問 2　　実効値＝平均値×波形率＝20×1.111＝**22.2**〔**V**〕

問 3　　最大値＝実効値×波高率＝200×1.414＝**141.4**〔**V**〕

4・4　正弦波交流のベクトル表示

問 1　解図 2 のようになる。



解図 2

問 2　i_1 の実効値 I_1〔A〕は，

$$I_1 = I_m \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 20 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{20\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2} = 10 \times 1.414 = 14.14 \text{〔A〕}$$

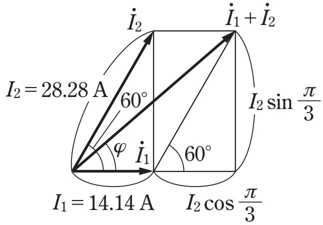
i_1 の初位相は 0，したがって，i_1 のベクトル $\dot{I}_1$ は，大きさが 14.14 A で，基準線上にある。

次に，i_2 の実効値 I_2〔A〕は，

$$I_2 = I_m \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 40 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{40\sqrt{2}}{2} = 20\sqrt{2} = 20 \times 1.414 = 28.28 \text{〔A〕}$$

i_2 の初位相は $+\frac{\pi}{3}$〔rad〕，したがって，i_2 のベクトル $\dot{I}_2$ は，大きさが 28.28 A で，基準線よりも $\frac{\pi}{3}$〔rad〕位相が進んでいる。

$\dot{I}_1 + \dot{I}_2$ のベクトル和は，解図 3 のようになる。



解図 3

次に，$\dot{I}_1 + \dot{I}_2$ の大きさは，解図 3 から，

$$|\dot{I}_1 + \dot{I}_2| = \sqrt{\left(I_1 + I_2 \cos\frac{\pi}{3}\right)^2 + \left(I_2 \sin\frac{\pi}{3}\right)^2}$$

$$= \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + 2 I_1 I_2 \cos\frac{\pi}{3}}$$

$$= \sqrt{(14.14)^2 + (28.28)^2 + 2 \times 14.14 \times 28.28 \times \frac{1}{2}}$$

$$= \mathbf{37.4} \text{〔A〕}$$

位相差 φ は，

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{I_2 \sin\frac{\pi}{3}}{I_1 + I_2 \cos\frac{\pi}{3}} = \tan^{-1} \frac{24.49}{28.28} = \tan^{-1} 0.866 = 40.89° = \mathbf{40°53'}$$

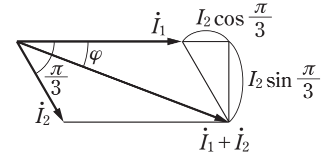
問3 (1) **ベクトル和 $\dot{I}_1+\dot{I}_2$ の場合**

$$|\dot{I}_1+\dot{I}_2|=\sqrt{\left(I_1+I_2\cos\frac{\pi}{3}\right)^2+\left(I_2\sin\frac{\pi}{3}\right)^2}$$

$$=\sqrt{I_1{}^2+I_2{}^2+2I_1I_2\cos\frac{\pi}{3}}$$

$$=\sqrt{26^2+10^2+2\times26\times10\times\frac{1}{2}}$$

$$=32.19\fallingdotseq\mathbf{32.2}\ [\mathrm{A}]$$



解図 4

位相差 $\varphi=\tan^{-1}\dfrac{I_2\sin\frac{\pi}{3}}{I_1+I_2\cos\frac{\pi}{3}}=\tan^{-1}\dfrac{10\times\frac{\sqrt{3}}{2}}{26+10\times\frac{1}{2}}=\tan^{-1}\dfrac{8.66}{31}$

$=\mathbf{15°36'}$ **（遅れ）**

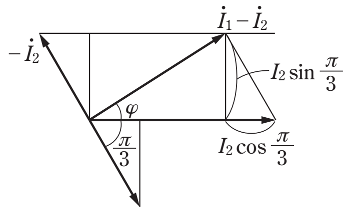
(2) **ベクトル差 $\dot{I}_1-\dot{I}_2$ の場合**

$$|\dot{I}_1-\dot{I}_2|=\sqrt{\left(I_1-I_2\cos\frac{\pi}{3}\right)^2+\left(I_2\sin\frac{\pi}{3}\right)^2}$$

$$=\sqrt{I_1{}^2+I_2{}^2-2I_1I_2\cos\frac{\pi}{3}}$$

$$=\sqrt{26^2+10^2-2\times26\times10\times\frac{1}{2}}$$

$$=22.72\fallingdotseq\mathbf{22.7}\ [\mathrm{A}]$$



解図 5

位相差 $\varphi=\tan^{-1}\dfrac{I_2\sin\frac{\pi}{3}}{I_1-I_2\cos\frac{\pi}{3}}=\tan^{-1}\dfrac{10\times\frac{\sqrt{3}}{2}}{26-10\times\frac{1}{2}}=\tan^{-1}\dfrac{8.66}{21}$

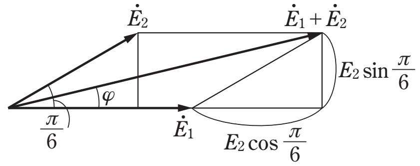
$=\mathbf{22°24'}$ **（進み）**

問4 $$|\dot{E}_1+\dot{E}_2|=\sqrt{\left(E_1+E_2\cos\frac{\pi}{6}\right)^2+\left(E_2\sin\frac{\pi}{6}\right)^2}$$

$$=\sqrt{E_1{}^2+E_2{}^2+2E_1E_2\cos\frac{\pi}{6}}$$

$$=\sqrt{100^2+90^2+2\times100\times90\times\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$=\mathbf{183.5}\ [\mathrm{V}]$$



解図 6

位相差　$\varphi=\tan^{-1}\dfrac{E_2\sin\dfrac{\pi}{6}}{E_1+E_2\cos\dfrac{\pi}{6}}$

$$=\tan^{-1}\frac{90\times\dfrac{1}{2}}{100+90\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}}=\tan^{-1}\frac{45}{177.9}=\mathbf{14°20'}$$

4・5　正弦波交流の基本回路

問 1　電圧の実効値 V〔V〕は，式 (4・30) から，

$$V=RI=5\times10^3\times2\times10^{-3}=10\ \text{〔V〕}$$

したがって，電圧の最大値 V_m〔V〕は，

$$V_m=\sqrt{2}\times V=\sqrt{2}\times10=\mathbf{14.14}\ \text{〔V〕}$$

問 2　誘導リアクタンス X_L〔Ω〕は，式(4・38)から，

$$X_L=\omega L=2\pi fL=2\pi\times60\times20\times10^{-3}=\mathbf{7.54}\ \text{〔Ω〕}$$

問 3　誘導リアクタンス X_L〔Ω〕は，

$$X_L=2\pi fL=2\pi\times60\times0.5=188.5\ \text{〔Ω〕}$$

したがって，電流 I〔A〕は，式 (4・37) から，

$$I=\frac{V}{X_L}=\frac{100}{188.5}=\mathbf{0.531}\ \text{〔A〕}$$

問 4　静電容量 C〔F〕は，式 (4・45) から，

$$C=\frac{1}{2\pi fX_C}=\frac{1}{2\pi\times10\times10^3\times16}=1\times10^{-6}\ \text{〔F〕}=\mathbf{0.995}\ \text{〔μF〕}$$

問 5　電流 I〔A〕は，式(4･44)から，

$$I=\frac{V}{X_C}=\frac{10}{1\times10^3}=10\times10^{-3}\,〔\mathrm{A}〕=\mathbf{10}\ 〔\mathbf{mA}〕$$

復習問題

基本問題

1. (a)　v の初位相角 **30°**，i の初位相角 **−10°**

v と i の位相差＝30°−(−10°) ＝**40°**

v は i より 40° 位相が進んでいる。

(b)　v の初位相角 **0°**，i の初位相角 180°−30°＝**150°**

v と i の位相差＝150°−0＝**150°**

i は v より 150° 位相が進んでいる。

2. ①　電圧の実効値　$V=V_m\times\frac{1}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}\times100\times\frac{1}{\sqrt{2}}=\mathbf{100}$ 〔**V**〕

電圧の最大値　$V_m=\sqrt{2}\times100=\mathbf{141.4}$ 〔**V**〕

電流の実効値　$I=I_m\times\frac{1}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}\times5\times\frac{1}{\sqrt{2}}=\mathbf{5}$ 〔**A**〕

電流の最大値　$I_m=\sqrt{2}\times5=\mathbf{7.07}$ 〔**A**〕

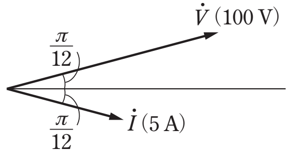
②　周波数　$f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{100\pi}{2\pi}=\mathbf{50}$ 〔**Hz**〕

周期　$T=\frac{1}{f}=\frac{1}{50}=\mathbf{0.02}$ 〔**s**〕

③　位相差　$\varphi=\frac{\pi}{12}-\left(-\frac{\pi}{12}\right)=\frac{2\pi}{12}=\boldsymbol{\frac{\pi}{6}}$ 〔**rad**〕

電流は電圧に対して $\frac{\pi}{6}$〔rad〕位相が遅れている。

④　ベクトル図は解図 7 に示す。



解図 7

3. 最大値　$I_m=\sqrt{2}\times100=\mathbf{141.4}$〔**A**〕

実効値　$I=I_m\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}\times100\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\mathbf{100}$〔**A**〕

平均値　$I_{av}=I_m\times\dfrac{2}{\pi}=\sqrt{2}\times100\times\dfrac{2}{\pi}=\mathbf{90}$〔**A**〕

角周波数　$\omega=\mathbf{314}$〔**rad/s**〕

周波数　$f=\dfrac{\omega}{2\pi}=\dfrac{314}{2\pi}=\mathbf{50}$〔**Hz**〕

位相　$(\omega t+\theta)=\mathbf{314}t+\dfrac{\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{6}}$〔**rad**〕

初位相　$\theta=\dfrac{\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{6}}$〔**rad**〕

4. $\omega t=\dfrac{\pi}{3}$〔rad〕のとき，$i=100\sin\dfrac{\pi}{3}=100\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\mathbf{86.6}$〔**A**〕

$\omega t=\dfrac{\pi}{2}$〔rad〕のとき，$i=100\sin\dfrac{\pi}{2}=\mathbf{100}$〔**A**〕

$\omega t=\dfrac{2\pi}{3}$〔rad〕のとき，$i=100\sin\dfrac{2\pi}{3}=100\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=50\sqrt{3}=\mathbf{86.6}$〔**A**〕

$\omega t=\dfrac{4\pi}{3}$〔rad〕のとき，$i=100\sin\dfrac{4\pi}{3}=100\times\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)=-50\sqrt{3}=\mathbf{-86.6}$〔**A**〕

5. 電流の瞬時値 i〔A〕は，次のようになる。

$$\boldsymbol{i}=\mathbf{10}\sin\left(\boldsymbol{\omega}\mathbf{t}-\frac{\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{6}}\right)\text{〔A〕}$$

6. ①　$E_1=E_m\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}\times200\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}=200$〔V〕

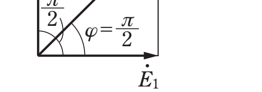
$E_2=E_m\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}\times200\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}=200$〔V〕

(a)　**$\dot{E}_1+\dot{E}_2=\dot{E}$ の場合**

$$|\dot{E}_1+\dot{E}_2|=\sqrt{E_1{}^2+E_2{}^2}=\sqrt{200^2+200^2}$$
$$=200\times\sqrt{2}=200\times1.414$$
$$=\mathbf{282.8}\text{〔V〕}$$

位相差　$\varphi=\tan^{-1}\dfrac{E_2}{E_1}=\tan^{-1}\dfrac{200}{200}=\tan^{-1}1=45°$

$=\dfrac{\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{4}}$〔**rad**〕（**進み**）



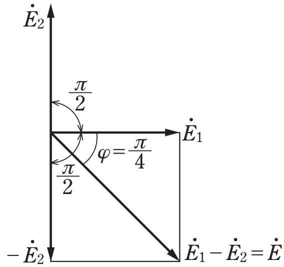
解図 8

(b) $\dot{\boldsymbol{E}}_1-\dot{\boldsymbol{E}}_2=\dot{\boldsymbol{E}}'$ **の場合**

$$|\dot{E}_1-\dot{E}_2|=\sqrt{E_1{}^2+(-E_2)^2}$$
$$=\sqrt{200^2+(-200)^2}$$
$$=200\times\sqrt{2}=\mathbf{282.8}\ \text{〔}\mathbf{V}\text{〕}$$

位相差　$\varphi=\tan^{-1}\dfrac{E_2}{E_1}=\tan^{-1}\dfrac{200}{200}=\tan^{-1}1$

$$=\boldsymbol{\frac{\pi}{4}}\ \text{〔}\mathbf{rad}\text{〕}\ \text{(}\textbf{遅れ}\text{)}$$



解図 9

② $\dot{E}$ の瞬時式

$$e=\sqrt{2}\times200\times\sqrt{2}\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{4}\right)=\mathbf{400\sin}\left(\boldsymbol{\omega t}+\boldsymbol{\frac{\pi}{4}}\right)\ \text{〔}\mathbf{V}\text{〕}$$

$\dot{E}'$ の瞬時式

$$e'=\sqrt{2}\times200\times\sqrt{2}\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{4}\right)=\mathbf{400\sin}\left(\boldsymbol{\omega t}-\boldsymbol{\frac{\pi}{4}}\right)\ \text{〔}\mathbf{V}\text{〕}$$

7. 周波数 $f=50$〔Hz〕のときの誘導リアクタンス X_L〔Ω〕は,

$$X_L=\omega L=2\pi fL=2\pi\times50\times0.1=\mathbf{31.4}\ \text{〔Ω〕}$$

また,電流 I〔A〕は,

$$I=\frac{V}{X_L}=\frac{100}{31.4}=\mathbf{3.18}\ \text{〔}\mathbf{A}\text{〕}$$

8. 自己インダクタンス L〔H〕は,式 (4・38) から,

$$X_L=\omega L=2\pi fL$$

$$\therefore\quad L=\frac{X_L}{2\pi f}=\frac{200}{2\pi\times50}=0.637\ \text{〔H〕}=\mathbf{637}\ \text{〔}\mathbf{mH}\text{〕}$$

9. $$I=2\pi fCV$$

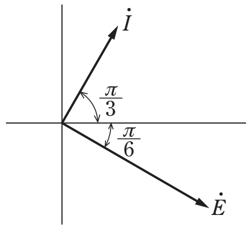
$$\therefore\quad V=\frac{I}{2\pi fC}=\frac{3.14}{2\pi\times50\times10\times10^{-6}}=\mathbf{1\,000}\ \text{〔}\mathbf{V}\text{〕}$$

発 展 問 題

1. ① 位相差 $\varphi=\dfrac{\pi}{3}-\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{3\pi}{6}=\boldsymbol{\dfrac{\pi}{2}}$〔**rad**〕

② 起電力 e は $\dfrac{\pi}{6}$〔rad〕位相が遅れている。電流 i は $\dfrac{\pi}{3}$〔rad〕位相が進んでいる。

③ e,i のベクトル関係は,解図 10 のようになる。



解図 10

④　電流 $\dot{I}$ は起電力 $\dot{E}$ より $\frac{\pi}{2}$〔rad〕位相が進んでいる。

2.　(a)　$V_a = \dfrac{(1+2+3+2+1)\times 1}{5} = \dfrac{9}{5} = \mathbf{1.8}$

$$V = \sqrt{\frac{2(1^2+2^2+3^2+2^2+1^2)\times 1}{10}} = \sqrt{\frac{19}{5}} = \mathbf{1.95}$$

$$波形率 = \frac{V}{V_a} = \frac{\sqrt{\frac{19}{5}}}{\frac{9}{5}} = \mathbf{1.08}$$

$$波高率 = \frac{V_m}{V} = \frac{3}{\sqrt{\frac{19}{5}}} = \mathbf{1.54}$$

(b)　$V_a = \dfrac{(15+20+40+15+5)\times\frac{\pi}{5}}{\pi} = \dfrac{95}{5} = \mathbf{19}$

$$V = \sqrt{\frac{2(15^2+20^2+40^2+15^2+5^2)\times(\pi/5)}{2\pi}}$$

$$= \sqrt{\frac{15^2+20^2+40^2+15^2+5^2}{5}} = \sqrt{\frac{2\,475}{5}} = \sqrt{495} = \mathbf{22.2}$$

$$波形率 = \frac{V}{V_a} = \frac{\sqrt{495}}{\frac{95}{5}} = \frac{5\sqrt{495}}{95} = \mathbf{1.17}$$

$$波高率 = \frac{V_m}{V} = \frac{40}{\sqrt{495}} = \mathbf{1.80}$$

3.　①　e_1 の実効値 $E_1 = E_{1m}\times\dfrac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}\times\sqrt{3}\times 100\times\dfrac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{3}\times 100$〔V〕，初位相が $\dfrac{\pi}{3}$〔rad〕であるから，$\dfrac{\pi}{3}$〔rad〕位相が進んでいる。

e_2 の実効値 $E_2=E_{2m}\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}\times100\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}=100$〔V〕，初位相が $-\dfrac{\pi}{6}$〔rad〕で

あるから，$\dfrac{\pi}{6}$〔rad〕位相が遅れている。

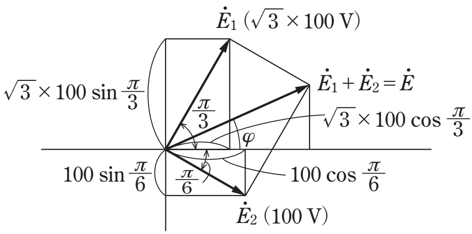
(a)　$\dot{E}_1+\dot{E}_2=\dot{E}_3$ の場合　（解図 11）

$$E=|\dot{E}|=|\dot{E}_1+\dot{E}_2|$$

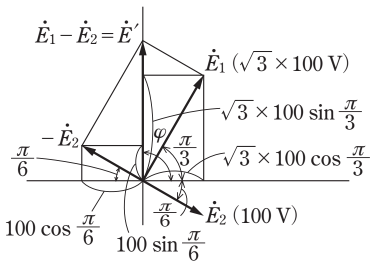
$$=\sqrt{\left(100\cos\frac{\pi}{6}+\sqrt{3}\times100\cos\frac{\pi}{3}\right)^2+\left(\sqrt{3}\times100\sin\frac{\pi}{3}-100\sin\frac{\pi}{6}\right)^2}$$

$$=\sqrt{(100\sqrt{3})^2+100^2}=\mathbf{200}\ 〔\mathbf{V}〕$$

位相差　$\varphi=\tan^{-1}\dfrac{100}{100\sqrt{3}}=\tan^{-1}\dfrac{1}{\sqrt{3}}=30°=\boldsymbol{\dfrac{\pi}{6}}$ **〔rad〕（進み）**



解図 11



解図 12

(b)　$\dot{E}_1-\dot{E}_2=\dot{E}_3'$ の場合　（解図 12）

$$E'=|\dot{E}'|=|\dot{E}_1-\dot{E}_2|$$

$$=\sqrt{\left(100\cos\frac{\pi}{6}-\sqrt{3}\times100\cos\frac{\pi}{3}\right)^2+\left(\sqrt{3}\times100\sin\frac{\pi}{3}+100\sin\frac{\pi}{6}\right)^2}$$

$$=\sqrt{\left(100\times\frac{\sqrt{3}}{2}-\sqrt{3}\times100\times\frac{1}{2}\right)^2+\left(\sqrt{3}\times100\times\frac{\sqrt{3}}{2}+100\times\frac{1}{2}\right)^2}$$

$$=\sqrt{0+200^2}=\mathbf{200}\ 〔\mathbf{V}〕$$

位相差　$\varphi=90°=\boldsymbol{\dfrac{\pi}{2}}$ **〔rad〕（進み）**

②　$\dot{E}$ の瞬時値を表す式 : $\boldsymbol{e=\sqrt{2}\times200\sin\left(\omega t+\dfrac{\pi}{6}\right)}$ **〔V〕**

E' の瞬時値を表す式 : $\boldsymbol{e'=\sqrt{2}\times200\sin\left(\omega t+\dfrac{\pi}{2}\right)}$ **〔V〕**

4. ベクトル $\dot{E}_1$ と $\dot{E}_2$ は解図 13 のようになり，$|\dot{E}_1+\dot{E}_2|$ とその位相角 φ は，次のようになる。

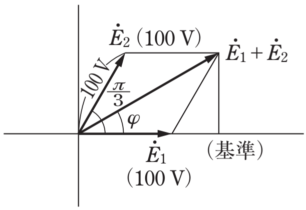
$$|\dot{E}_1+\dot{E}_2|=\sqrt{\left(E_1+E_2\cos\frac{\pi}{3}\right)^2+\left(E_2\sin\frac{\pi}{3}\right)^2}$$

$$=\sqrt{\left(100+100\times\frac{1}{2}\right)^2+\left(100\times\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$

$$=\sqrt{150^2+(50\sqrt{3})^2}=\mathbf{173}\ 〔\mathrm{V}〕$$

位相差　$\varphi=\tan^{-1}\dfrac{50\sqrt{3}}{150}=\tan^{-1}\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$$=\tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}=30°=\boldsymbol{\frac{\pi}{6}}\ 〔\mathbf{rad}〕\ \textbf{（進み）}$$



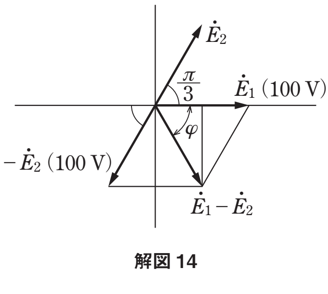
解図 13

次に，$|\dot{E}_1-\dot{E}_2|$ とその位相角 φ は，次のようになる（解図 14）。

$$|\dot{E}_1-\dot{E}_2|=\sqrt{\left(E_1-E_2\cos\frac{\pi}{3}\right)^2+\left(E_2\sin\frac{\pi}{3}\right)^2}$$

$$=\sqrt{\left(100-100\times\frac{1}{2}\right)^2+\left(100\times\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\sqrt{50^2+(50\sqrt{3})^2}=\mathbf{100}\ 〔\mathrm{V}〕$$

位相差　$\varphi=\tan^{-1}\dfrac{50\sqrt{3}}{50}=\tan^{-1}\sqrt{3}=60°=\boldsymbol{\dfrac{\pi}{3}}\ 〔\mathbf{rad}〕$ **（遅れ）**



解図 14

5. ベクトル図は解図 15 のようになる。このベクトル図より，

$$|\dot{E}_a| = |\dot{E}_b| = |\dot{E}_c| = 200 \text{〔V〕}$$

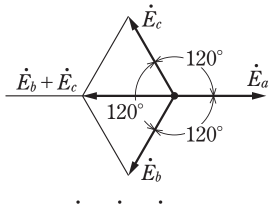
であり，かつ，

$$\dot{E}_a = -(\dot{E}_b + \dot{E}_c)$$

で示されるから，

$$\dot{\boldsymbol{E}}_a + \dot{\boldsymbol{E}}_b + \dot{\boldsymbol{E}}_c = \mathbf{0}$$

となり，互いに $\frac{2}{3}\pi$〔rad〕(＝120°)〕の位相差をもっているベクトルなので，それぞれの和をとれば，その和は零となる。



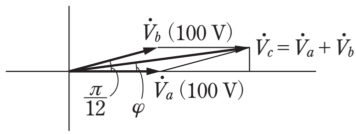
解図 15

6. ①

$$V_c = |\dot{V}_c| = \sqrt{\left(V_a + V_b \cos\frac{\pi}{12}\right)^2 + \left(V_b \sin\frac{\pi}{12}\right)^2}$$

$$= \sqrt{V_a^2 + V_b^2 + 2V_aV_b\cos\frac{\pi}{12}} = \sqrt{100^2 + 100^2 + 2\times100\times100\times0.966}$$

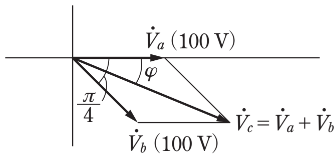
$$= \mathbf{198.3} \text{〔V〕}$$



解図 16

②

$$V_c = |\dot{V}_c| = \sqrt{100^2 + 100^2 + 2\times100\times100\times\frac{1}{\sqrt{2}}} = \mathbf{184.8} \text{〔V〕}$$



解図 17

チャレンジ問題

1. ① e_1 の位相$\left(\omega t-\dfrac{\pi}{10}\right)$より，$e_2$ の位相$\left(\omega t+\dfrac{\pi}{5}\right)$が大きいから，その位相差は，

$$\left(\omega t+\frac{\pi}{5}\right)-\left(\omega t-\frac{\pi}{10}\right)=\frac{\pi}{5}+\frac{\pi}{10}=\frac{3\pi}{10}\ \text{[rad]}$$

したがって，**e_2 の位相が e_1 の位相より $\dfrac{3\pi}{10}$〔rad〕進んでいる。**

② $$i_2=10\cos\left(\omega t-\frac{\pi}{6}\right)=10\sin\left\{\left(\omega t-\frac{\pi}{6}\right)+\frac{\pi}{2}\right\}=10\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{3}\right)$$

よって，i_1 の位相$\left(\omega t+\dfrac{\pi}{6}\right)$より i_2 の位相$\left(\omega t+\dfrac{\pi}{3}\right)$が大きいから，その位相差は，

$$\left(\omega t+\frac{\pi}{3}\right)-\left(\omega t+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}\ \text{[rad]}$$

したがって，**i_2 の位相が i_1 の位相より $\dfrac{\pi}{6}$〔rad〕進んでいる。**

2. 図 4･45 からもわかるように，二等辺の三角波であるから，正波，負波ともに頂点の左右が対称である。したがって，$\varphi=0$ から $\dfrac{\pi}{2}$ までの区間で考えればよい。

その区間では，

$$i=\frac{2I_m}{\pi}\varphi$$

で示されるから，$\varphi=0$ から $\dfrac{\pi}{2}$ までの区間を 5 等分して，平均値 I_a を求めれば，

$$I_a=\frac{2\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{9}+\frac{1}{8}+\frac{1}{7}+\frac{1}{6}\right)I_m\times\frac{\pi}{10}\times\frac{1}{2}}{\frac{\pi}{2}}=0.51\,I_m\fallingdotseq\frac{I_m}{2}=\frac{30}{2}=\mathbf{15}\ \text{[A]}$$

次に，その実効値 I は，

$$I=\sqrt{\frac{2^2\left\{\left(\frac{1}{10}\right)^2+\left(\frac{1}{9}\right)^2+\left(\frac{1}{8}\right)^3+\left(\frac{1}{7}\right)^2+\left(\frac{1}{6}\right)^2\right\}I_m{}^2\times\left(\frac{\pi}{10}\times\frac{1}{2}\right)}{\frac{\pi}{2}}}\fallingdotseq\frac{I_m}{\sqrt{3}}$$

$$=\frac{30}{\sqrt{3}}=\mathbf{17.3}\ \text{[A]}$$

また，波形率および波高率は，次のようになる。

$$\text{波形率}=\frac{I}{I_a}=\frac{\frac{30}{\sqrt{3}}}{\frac{30}{2}}=\frac{2}{\sqrt{3}}=\mathbf{1.155}$$

$$\text{波高率}=\frac{I_m}{I}=\frac{30}{\frac{30}{\sqrt{3}}}=\sqrt{3}=\mathbf{1.732}$$

3. 図4・46より，このような波形の電流の平均値 I_a は，最大値を I_m とすれば，

$$I_a=\frac{I_m t'}{2t'}=\frac{I_m}{2}=15\ \text{〔A〕}$$

で示されるから，これより，

$$I_m=15\times2=30\ \text{〔A〕}$$

次に，実効値 I も $2t'$ 間について，瞬時値の2乗の平均の平方根を求めればよいから，

$$I=\sqrt{\frac{I_m{}^2t'}{2t'}}=\sqrt{\frac{I_m{}^2}{2}}=\frac{I_m}{\sqrt{2}}=\frac{30}{\sqrt{2}}=15\sqrt{2}\fallingdotseq\mathbf{21.2}\ \text{〔A〕}$$

4. 図4・47で $\dot{E}_2$ と $\dot{E}_1$ の余弦定理から，$|\dot{E}_0|=E_0$ は，次のようになる。

$$|\dot{E}_0|=E_0=\sqrt{E_1{}^2+E_2{}^2-2E_1E_2\cos\frac{\pi}{3}}$$

$$=\sqrt{200^2+150^2-2\times200\times150\times\frac{1}{2}}=180.3\fallingdotseq\mathbf{180}\ \text{〔V〕}$$

また，位相差 φ' は，

$$\varphi'=\tan^{-1}\frac{E_2\sin\frac{\pi}{3}}{E_1-E_2\cos\frac{\pi}{3}}=\tan^{-1}\frac{150\times\frac{\sqrt{3}}{2}}{200-150\times\frac{1}{2}}=\tan^{-1}\frac{75\sqrt{3}}{125}$$

$$=\tan^{-1}1.04=\mathbf{46.1°}=\mathbf{46°6'}=\frac{\mathbf{46.1}}{\mathbf{180}}\boldsymbol{\pi}\ \text{〔rad〕（遅れ）}$$

5. 25 Hz，および50 Hzのとき誘導リアクタンスをそれぞれ X_{L25}，X_{L50}〔Ω〕とすれば，

$$X_{L25}=\frac{V}{I}=\frac{120}{5}=24\ \text{〔Ω〕}$$

次に，誘導リアクタンスは周波数に比例する（$X=2\pi fL$）から，

$$X_{L50}=\frac{50}{25}X_{L25}=\frac{50}{25}\times24=48\ \text{〔Ω〕}$$

したがって，求める電流 I'〔A〕は，

$$I'=\frac{120}{48}=\mathbf{2.5}\ \text{〔}\mathbf{A}\text{〕}$$

次に，自己インダクタンスは，$X_{L50}=2\pi f_{50}L$ であるから，

$$L=\frac{X_{L50}}{2\pi f_{50}}=\frac{48}{2\pi\times50}=0.153\text{〔H〕}=\mathbf{153}\ \text{〔}\mathbf{mH}\text{〕}$$

6. 容量リアクタンス X_C は，

$$X_C=\frac{V}{I}=\frac{200}{50}=4\ \text{〔}\Omega\text{〕}$$

また，$X_C=\dfrac{1}{2\pi fC}$ より，

$$C=\frac{1}{2\pi fX_C}=\frac{1}{2\pi\times50\times4}=7.96\times10^{-4}\text{〔F〕}=\mathbf{796}\ \text{〔}\boldsymbol{\mu}\mathbf{F}\text{〕}$$