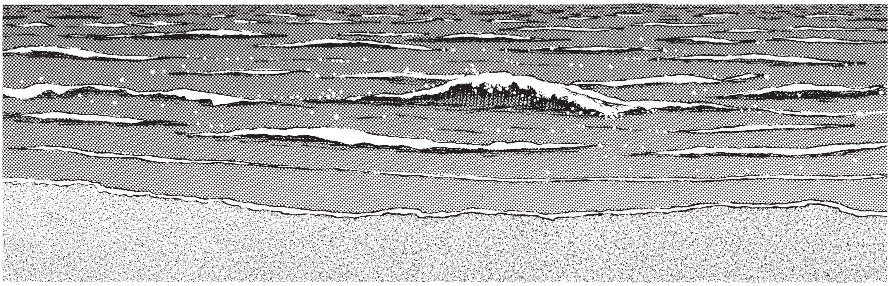
問および復習問題の解答



第1章　直流回路

問

1・1　電気回路の電圧・電流

問 1　電子1個のもつ電気量は，$-1.60217662\times10^{-19}$ クーロンであるから，-1 クーロンの電気量は，

$$\frac{-1}{-1.60217662\times10^{-19}}=\mathbf{0.624\times10^{19}}\ \text{〔個〕}$$

問 2　式(1・1)から，

$$I=\frac{Q}{t}=\frac{10}{2}=\mathbf{5}\ \text{〔A〕}$$

問 3　AB間の電位差（電圧）V〔V〕は，Aの電位が90V，Bの電位が30Vであるから，

$$V=(\text{Aの電位})-(\text{Bの電位})=90-30=\mathbf{60}\ \text{〔V〕}$$

問 4　式(1・2)から，

$$I = \frac{V}{R} = \frac{100}{25} = \mathbf{4}\ [\mathbf{A}]$$

問 5　式 (1･2) から，

$$I = \frac{V}{R} = \frac{100}{500 \times 10^3} = \frac{1}{5} \times 10^{-3}\,[\mathrm{A}] = \mathbf{0.2}\ [\mathbf{mA}]$$

〔注〕 ①　この問題で，$R=500\,[\mathrm{k\Omega}]$ が $R=500\times10^3\,[\Omega]$ の標準単位に直して計算する。

②　$1/10^3=10^{-3}$ となる。

問 6　豆電球の抵抗 R は，式 (1･2) から，

$$R = \frac{V}{I} = \frac{1.5}{0.3} = \mathbf{5}\ [\Omega]$$

コンダクタンス G は，

$$G = \frac{1}{R} = \frac{1}{5} = \mathbf{0.2}\ [\mathbf{S}]$$

〔注〕 この問題のねらいは，式の変形と単位のミスのないことである。

問 7　式 (1･2) から，

$$I = \frac{V}{R} = \frac{6\times10^3}{50\times10^6} = 0.12\times10^{-3} = 120\times10^{-6}\,[\mathrm{A}] = \mathbf{120}\ [\boldsymbol{\mu}\mathbf{A}]$$

〔注〕 この問題は，標準単位では値が小さすぎるので，補助単位を使って答を示す例である。

問 8　式 (1･12) と式 (1･13) から，合成抵抗 R は，

$$R = \frac{1}{\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}} = \frac{R_1\times R_2}{R_1+R_2} = \frac{10\times10}{10+10} = \frac{100}{20} = \mathbf{5}\ [\Omega]$$

コンダクタンス G は，

$$G = G_1 + G_2 = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{2}{10} = \mathbf{0.2}\ [\mathbf{S}]$$

〔注〕 この問題のポイントは，同一抵抗の並列接続の場合の合成抵抗は，その一つの抵抗の 1/2 の値となる。

問 9　解図 1 の回路に流れる電流 I〔A〕は，式 (1・2) から，

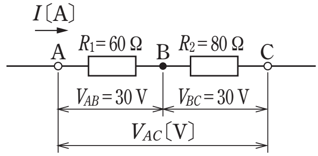
$$I = \frac{V_{AB}}{R_1} = \frac{30}{60} = \frac{1}{2} = \mathbf{0.5}\ \text{〔}\mathbf{A}\text{〕}$$

80 Ω の端子電圧 V_{BC}〔V〕は，

$$V_{BC} = R_2 I = 80 \times 0.5 = \mathbf{40}\ \text{〔}\mathbf{V}\text{〕}$$

したがって，全電圧 V_{AC}〔V〕は，

$$V_{AC} = V_{AB} + V_{BC} = 30 + 40 = \mathbf{70}\ \text{〔}\mathbf{V}\text{〕}$$



解図 1

問10　回路に流れる電流 I〔A〕は，式 (1・15) から，

$$I = \frac{E}{r + R + R_l} = \frac{1.5}{0.5 + 0.1 + 8} = \frac{1.5}{8.6} = 0.174\ \text{〔A〕}$$

端子 ab 間の電圧 V_{ab} は，式 (1・17) から，

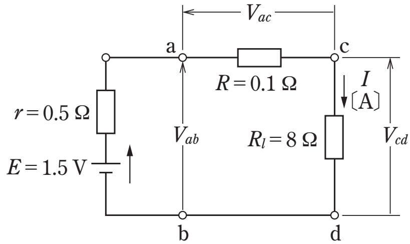
$$V_{ab} = E - rI = 1.5 - 0.5 \times 0.174 = 1.5 - 0.087 \fallingdotseq \mathbf{1.41}\ \text{〔}\mathbf{V}\text{〕}$$

端子 cd 間の電圧 V_{cd}〔V〕は，

$$V_{cd} = R_l I = 8 \times 0.174 \fallingdotseq \mathbf{1.39}\ \text{〔}\mathbf{V}\text{〕}$$

端子 ac 間の電圧 V_{ac} は，

$$V_{ac} = RI = 0.1 \times 0.174 = \mathbf{0.017}\ \text{〔}\mathbf{V}\text{〕}$$



解図 2

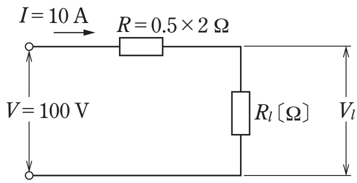
問11　電線の電圧降下 v〔V〕は，

$$v = RI = 0.5 \times 2 \times 10 = \mathbf{10}\ \text{〔}\mathbf{V}\text{〕}$$

また，負荷電圧 V_l〔V〕は，

$$V_l = V - v = 100 - 10 = \mathbf{90}\ \text{〔}\mathbf{V}\text{〕}$$

〔注〕　電線 2 本の抵抗は，2×0.5〔Ω〕としなければならない。



解図 3

問12 $I_3=I_1+I_2$ (1)

$R_1I_1-R_2I_2=0 \qquad \therefore \quad 30I_1-20I_2=0$ (2)

$R_1I_1+R_3I_3=E \qquad \therefore \quad 30I_1+10I_3=11$ (3)

式(3)に式(1)を代入して，

$30I_1+10I_3=30I_1+10(I_1+I_2)=40I_1+10I_2=11$ (4)

式(2)－式(4)×2から，

$$
\begin{array}{rl}
 & 30I_1-20I_2=0 \\
+) & 80I_1+20I_2=22 \\
\hline
 & 110I_1 \qquad\quad =22
\end{array}
$$

$\therefore \quad I_1=\dfrac{22}{110}=\mathbf{0.2}$ 〔**A**〕 (5)

式(5)に式(2)を代入して，

$30\times0.2-20I_2=0 \qquad \therefore \quad I_2=\dfrac{6}{20}=\mathbf{0.3}$ 〔**A**〕 (6)

式(5)と式(6)を式(1)に代入して，

$I_3=I_1+I_2=0.2+0.3=\mathbf{0.5}$ 〔**A**〕

別解

$$
\begin{cases}
40I_1+10I_2=11 \\
30I_1-20I_2=0
\end{cases}
$$

の二元１次連立方程式を行列式によって解けば，

$$I_1=\frac{\begin{vmatrix} 11 & 10 \\ 0 & -20 \end{vmatrix}}{\varDelta}=\frac{-220}{-1\,100}=\mathbf{0.2}\ \text{〔}\mathbf{A}\text{〕}$$

$$I_2=\frac{\begin{vmatrix} 40 & 11 \\ 30 & 0 \end{vmatrix}}{\varDelta}=\frac{-330}{-1\,100}=\mathbf{0.3}\ \text{〔}\mathbf{A}\text{〕}$$

$$\varDelta=\begin{vmatrix} 40 & 10 \\ 30 & -20 \end{vmatrix}=-800-300=-1\,100$$

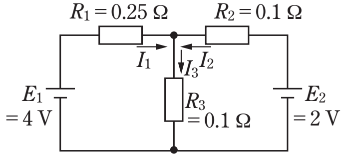
$I_3=I_1+I_2=0.2+0.3=\mathbf{0.5}$ 〔**A**〕

問13 解図４から，次式を得る。

$$I_3=I_1+I_2 \qquad (1)$$

$$0.25I_1+0.1I_3=4 \qquad (2)$$

$$0.1I_2+0.1I_3=2 \qquad (3)$$



解図 4

式(2)に式(1)を代入して，

$$0.25I_1+0.1(I_1+I_2)=4$$

$$\therefore\ 0.35I_1+0.1I_2=4 \qquad (4)$$

式(3)に式(1)を代入して，

$$0.1I_2+0.1(I_1+I_2)=2 \qquad \therefore\ 0.1I_1+0.2I_2=2 \qquad (5)$$

式(4)×2 と式(5)から，

$$\begin{array}{rl} & 0.7I_1+0.2I_2=8 \\ -) & 0.1I_1+0.2I_2=2 \\ \hline & 0.6I_1 \qquad\quad =6 \end{array}$$

$$\therefore\ I_1=\frac{6}{0.6}=\mathbf{10}\ [\mathrm{A}] \qquad (6)$$

式(6)を式(5)に代入して，

$$0.1\times10+0.2I_2=2 \qquad \therefore\ I_2=\frac{1}{0.2}=\mathbf{5}\ [\mathrm{A}] \qquad (7)$$

式(1)から，

$$I_3=I_1+I_2=10+5=\mathbf{15}\ [\mathrm{A}]$$

別解

$$\begin{cases} 0.35I_1+0.1I_2=4 & (1) \\ 0.1I_1+0.2I_2=2 & (2) \end{cases}$$

の二元１次連立方程式を行列式によって解けば，

$$I_1=\frac{\begin{vmatrix} 4 & 0.1 \\ 2 & 0.2 \end{vmatrix}}{\Delta}=\frac{0.8-0.2}{0.06}=\mathbf{10}\ [\mathrm{A}] \quad I_2=\frac{\begin{vmatrix} 0.35 & 4 \\ 0.1 & 2 \end{vmatrix}}{\Delta}=\frac{0.7-0.4}{0.06}=\mathbf{5}\ [\mathrm{A}]$$

$$\Delta=\begin{vmatrix} 0.35 & 0.1 \\ 0.1 & 0.2 \end{vmatrix}=0.07-0.01=0.06$$

$$I_3=I_1+I_2=10+5=\mathbf{15}\ [\mathrm{A}]$$

問14　ブリッジの平衡条件から，

$$10\times100=400\times\frac{6X}{X+6}$$

$$\therefore\quad 1\,400X=6\,000$$

$$\therefore\quad X=\frac{6\,000}{1\,400}=4.286\fallingdotseq\mathbf{4.3}\ [\Omega]$$

問15　式 (1･25) から,

$$2=\frac{12\times8}{12\times0.15+R}$$

$$\therefore\quad R=\frac{12\times8-2\times12\times0.15}{2}=\mathbf{46.2}\ [\Omega]$$

1･2　消費電力と発生熱量

問 1　式 (1･32) から,

$$P=RI^2=20\times5^2=\mathbf{500}\ [\mathrm{W}]$$

問 2　式 (1･32) から,

$$R=\frac{V^2}{P}=\frac{100^2}{80}=\mathbf{125}\ [\Omega]$$

また, 式 (1･32) から,

$$I=\frac{P}{V}=\frac{80}{100}=\mathbf{0.8}\ [\mathrm{A}]$$

問 3　式 (1･33) から,

$$W=VIt=100\times0.2\times10\times\frac{1}{60}\fallingdotseq\mathbf{3.3}\ [\mathrm{W\cdot h}]$$

問 4　式 (1･33), 式 (1･32) から,

$$W=Pt=\frac{V^2}{R}\times t=\frac{100^2}{25}\times5\times60\times60=\mathbf{7\,200\,000}\ [\mathrm{J}]=\mathbf{7.2\times10^6}\ [\mathrm{J}]$$

$$W=\frac{100^2}{25}\times5=\mathbf{2\,000}\ [\mathrm{W\cdot h}]$$

$$W=\frac{100^2}{25}\times5\times10^{-3}=\mathbf{2}\ [\mathrm{kW\cdot h}]$$

問 5　120 Ω の抵抗線 6 本を並列にした合成抵抗 R〔Ω〕は,

$$R=\frac{1}{\dfrac{6}{120}}=20\ 〔\Omega〕$$

したがって, 電気量 W〔J〕は,

$$W=\frac{V^2}{R}\times t=\frac{100^2}{20}\times 2\times 60\times 60=\mathbf{3\ 600\ 000}\ 〔\mathbf{J}〕=\mathbf{3.6\times 10^6}\ 〔\mathbf{J}〕$$

問 6　必要な時間を t〔分〕とすれば,

$$発生熱量=0.5\times\frac{t}{60}\times 860\ 〔\mathrm{kcal}〕\tag{1}$$

$$有効熱量=0.5\times\frac{t}{60}\times 860\times 0.8\ 〔\mathrm{kcal}〕\tag{2}$$

$$水の得た熱量=2(80-20)\ 〔\mathrm{kcal}〕\tag{3}$$

式(2)=式(3)でなければならないから,

$$0.5\times\frac{t}{60}\times 860\times 0.8=2(80-20)$$

$$\therefore\quad t=\frac{2(80-20)\times 60}{0.5\times 860\times 0.8}=\mathbf{21}\ 〔\mathbf{分}〕$$

1·4　電気の各種作用

問 1　表 1·5 から, 鉄の熱起電力 e_A は $+1.98$mV, コンスタンタンの熱起電力 e_B は, -3.51mV であるから, この二つを組み合わせた熱起電力の大きさ e_{AB}〔mV〕は,

$$\begin{aligned}e_{AB}&=e_A-e_B\\&=(+1.98)-(-3.51)=\mathbf{5.49}\ 〔\mathbf{mV}〕\end{aligned}$$

起電力の方向は, **低温接点 0°C において, 鉄からコンスタンタンのほうに向かう。**

問 2　銀の電気化学当量 K は, 表 1·7 から, $K=1.1180\times 10^{-3}$〔g/C〕であるから,

$$20=1.1180\times 10^{-3}\times I\times 1\times 60\times 60$$

$$\therefore\quad I=\frac{20}{1.1180\times 10^{-3}\times 60\times 60}=4.969\fallingdotseq\mathbf{5}\ 〔\mathbf{A}〕$$

復習問題

基本問題

1. 式 (1･1) から，

$$I=\frac{Q}{t}=\frac{27}{3}=\mathbf{9}\ \text{〔A〕}$$

2. 式 (1･1) から，

$$Q=It=3\times30\times60=\mathbf{5\,400}\ \text{〔C〕}$$

3. 式 (1･2) から，

$$I=\frac{V}{R}=\frac{100}{500}=\mathbf{0.2}\ \text{〔A〕}$$

4. 式 (1･3) から，

$$I=GV=3.5\times20=\mathbf{70}\ \text{〔A〕}$$

5. 式 (1･2) から，

$$V=RI=20\times10^{3}\times2\times10^{-3}=\mathbf{40}\ \text{〔V〕}$$

6. 解図 5 において，R_2 と R_3 が並列で，それに R_1 が直列にそう入されているので，合成抵抗 R〔Ω〕は，

$$R=R_1+\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}=2.6+\frac{6\times4}{6+4}$$

$$=2.6+2.4=5\ \text{〔Ω〕}$$

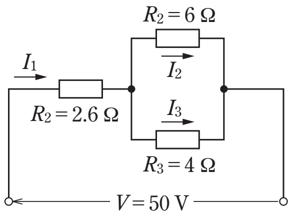
したがって，R_1 に流れる電流 I_1〔A〕は，

$$I_1=\frac{V}{R}=\frac{50}{5}=\mathbf{10}\ \text{〔A〕}$$

また，R_2 に流れる電流 I_2〔A〕および R_3 に流れる電流 I_3〔A〕は，

$$I_2=I_1\times\frac{R_3}{R_2+R_3}=10\times\frac{4}{6+4}=\mathbf{4}\ \text{〔A〕}$$

$$I_3=I_1\times\frac{R_2}{R_2+R_3}=10\times\frac{6}{6+4}=\mathbf{6}\ \text{〔A〕}$$



解図 5

7. 回路に流れる電流 I〔A〕は，式 (1･15) から，

$$I=\frac{24}{0.4+0.2\times2+4}=\frac{24}{4.8}=5\ \text{〔A〕}$$

したがって，ab 間の端子電圧 V〔V〕は，式 (1･17) から，

$$V=24-0.4\times5=\mathbf{22}\ [\mathrm{V}]$$

cd 間の端子電圧 V_{cd}〔V〕は，

$$V_{cd}=4\times5=\mathbf{20}\ [\mathrm{V}]$$

8. 図 1·62 より，

(1) $R=\dfrac{R_1R_2}{R_3}=\dfrac{4\times4}{2}=\mathbf{8}\ [\mathrm{k\Omega}]$

(2) $R_{ab}=\dfrac{(R+R_2)(R_1+R_3)}{(R+R_2)+(R_1+R_3)}=\dfrac{12\times6}{12+6}=\dfrac{72}{18}=\mathbf{4}\ [\mathrm{k\Omega}]$

(3) 抵抗 R を流れる電流 I_1〔A〕は，

$$I_1=15\times10^{-3}\times\frac{R_1}{R+R_1}=15\times10^{-3}\times\frac{4}{8+4}=\mathbf{5\times10^{-3}}\ [\mathrm{A}]$$

抵抗 R 中で消費される電力 P〔W〕は，

$$P=RI_1^2=8\times10^3\times(5\times10^{-3})^2=8\times10^3\times25\times10^{-6}$$
$$=200\times10^{-3}=\mathbf{0.2}\ [\mathrm{W}]$$

9. $1\ \mu\Omega=10^{-6}\Omega$，$1\,\mathrm{cm}=10^{-2}\,\mathrm{m}$ であるから，

$$1.12\,\mu\Omega\cdot\mathrm{cm}=1.12\times10^{-6}\times10^{-2}=\mathbf{1.12\times10^{-8}}\ [\Omega\cdot\mathrm{m}]$$

10. 硬アルミニウム線の抵抗率 ρ〔Ω·m〕は，

$$\rho=\frac{1.7241\times10^{-8}}{0.61}=\mathbf{2.8264\times10^{-8}}\ [\Omega\cdot\mathrm{m}]$$

11. 電熱線 1 本の抵抗 R〔Ω〕は，式 (1·32) から，

$$R=\frac{V^2}{P}=\frac{100^2}{500}=20\ [\Omega]$$

この抵抗を直列にして，同一電圧 $V=100$〔V〕を加えた場合の電力 P_1〔W〕は，

$$P_1=\frac{V^2}{R+R}=\frac{100^2}{20+20}=\mathbf{250}\ [\mathrm{W}]$$

また，並列にした場合の電力 P_2〔W〕は，

$$P_2=\frac{V^2}{\dfrac{R\times R}{R+R}}=\frac{100^2}{\dfrac{20\times20}{20+20}}=\frac{100^2}{10}=\mathbf{1\,000}\ [\mathrm{W}]$$

発 展 問 題

1. $R=30+46+\dfrac{60\times40}{60+40}=76+24=100$〔Ω〕

$$\therefore \quad I=\frac{V}{R}=\frac{200}{100}=2〔\mathrm{A}〕$$

したがって，40Ω の電流 I_1〔A〕は，

$$I_1=I\times\frac{60}{60+40}=2\times0.6 \ =\mathbf{1.2}\ 〔\mathbf{A}〕$$

2. 題意により，式(1･17)から，次式を得る。

$$1.4=E-r\times2 \qquad (1)$$

$$1.1=E-r\times3 \qquad (2)$$

式(1)－式(2)から，

$$r=\mathbf{0.3}\ 〔\Omega〕 \qquad (3)$$

式(3)を式(1)に代入して，

$$1.4=E-0.3\times2$$

$$\therefore \quad E=1.4+0.6=\mathbf{2}\ 〔\mathbf{V}〕$$

3. 起電力 $E=2$〔V〕の等しい電池 6 個を直列にした場合の合成起電力 E_0〔V〕は，

$$E_0=6E=6\times2=12\ 〔\mathrm{V}〕$$

また，その内部抵抗 r'〔Ω〕は，電池 1 個の内部抵抗 r〔Ω〕の 6 倍になり，

$$r'=6r\ 〔\Omega〕$$

となる。

したがって，この E_0，r' の電池を 5 個並列にした場合には，式(1･27)から，

$$I=\frac{E_0}{\dfrac{r'}{5}+R}=\frac{6E}{\dfrac{6r}{5}+R}$$

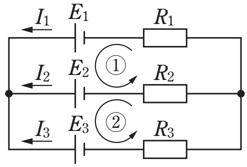
となる。上式に数値を代入すると，

$$1.5=\frac{6\times2}{\dfrac{6r}{5}+7.82}$$

$$\therefore \quad 1.5\times\left(\frac{6r}{5}+7.82\right)=6\times2 \qquad \therefore \quad r=\mathbf{0.15}\ 〔\Omega〕$$

4. R_1，R_2，R_3 に流れる電流を I_1，I_2，I_3〔A〕とし，流れる方向を解図 6 のように定めれば，キルヒホッフの第 1 法則によって，

$$I_1+I_2+I_3=0 \qquad (1)$$



解図 6

次に，網目①，②にキルヒホッフの第 2 法則をあては

めると,

$$R_1I_1-R_2I_2=E_1-E_2 \qquad \therefore \quad 10I_1-2I_2=6-4=2 \tag{2}$$

$$R_2I_2-R_3I_3=E_2-E_3 \qquad \therefore \quad 2I_2-5I_3=4-2=2 \tag{3}$$

式(3)に式(1)を代入すると,

$$2I_2+5(I_1+I_2)=2 \qquad \therefore \quad 5I_1+7I_2=2 \tag{4}$$

式(4)×2－式(2)から,

$$\begin{array}{rr} & 10I_1+14I_2=4 \\ -) & 10I_1-\ \ 2I_2=2 \\ \hline & 16I_2=2 \end{array}$$

$$\therefore \quad I_2=\frac{2}{16}=\mathbf{0.125}\ \text{〔A〕} \qquad (R_2\text{に流れる電流}) \tag{5}$$

式(5)を式(2)に代入して,

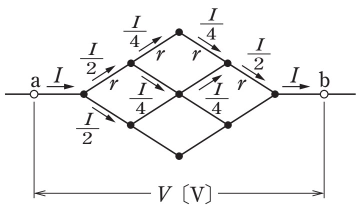
$$10I_1-2\times 0.125=2$$

$$\therefore \quad I_1=\frac{2+2\times 0.125}{10}=\frac{2.25}{10}=\mathbf{0.225}\ \text{〔A〕} \qquad (R_1\text{に流れる電流}) \tag{6}$$

式(5), 式(6)を式(1)に代入して,

$$I_3=-(I_1+I_2)=-(0.225+0.125)=-\mathbf{0.35}\ \text{〔A〕} \qquad (R_3\text{に流れる電流})$$

5. 各抵抗は等しいから対称的になり, ab 間に V〔V〕の電圧を加えたとき全電流 I〔A〕は, 解図 7 のように分流するから,



解図 7

$$r\times\frac{I}{2}+2r\times\frac{I}{4}+r\times\frac{I}{2}=V$$

$$\therefore \quad I\left(\frac{r}{2}+\frac{r}{2}+\frac{r}{2}\right)=V$$

$$\therefore \quad \text{全抵抗} \quad R=\frac{V}{I}=\boldsymbol{\frac{3}{2}r}\ \text{〔Ω〕}$$

6. 100 V 時の消費電力 P〔W〕は,

$$P=\frac{V^2}{R} \tag{1}$$

105 V 時の消費電力 P'〔W〕は,

$$P'=\frac{(1.05\ V)^2}{R} \tag{2}$$

式(1), (2)より,

$$P'=1.05^2\times P=1.05^2\times 500=551.25=\mathbf{551}\ \text{〔W〕}$$

7. 100 V，100 W 電球の抵抗 $R_1=\dfrac{V^2}{P_1}=\dfrac{100^2}{100}=100$〔Ω〕

100 V，200 W 電球の抵抗 $R_2=\dfrac{V^2}{P_2}=\dfrac{100^2}{200}=50$〔Ω〕

100 V，200 W の電球を直列にして，これに 90V の電圧を加えたときの，各電球の電力を P_1'，P_2'〔W〕とすれば，

$$P_1'=R_1I^2=R_1\times\left(\frac{V_0}{R_1+R_2}\right)^2=100\times\left(\frac{90}{100+50}\right)^2=\mathbf{36}\ \text{〔W〕}$$

$$P_2'=R_2I^2=R_2\times\left(\frac{V_0}{R_1+R_2}\right)^2=50\times\left(\frac{90}{100+50}\right)^2=\mathbf{18}\ \text{〔W〕}$$

8. 式 (1･38) から，

$$R=\rho\times\frac{l}{S}=\rho\times\frac{l}{\dfrac{\pi}{4}D^2}$$

$$\therefore\quad l=\frac{R\times\pi D^2}{4\rho}=\frac{20\times\pi\times(0.5\times10^{-3})^2}{4\times108\times10^{-6}\times10^{-2}}=\mathbf{3.63}\ \text{〔m〕}$$

9. 温度が 75 ℃の時の抵抗 R_T〔Ω〕，温度係数 α_T は，式 (1･44) および式 (1･46) から，

$$R_T=R_t\{1+\alpha_t(T-t)\}=10\{1+0.00393(75-20)\}=\mathbf{12.16}\ \text{〔Ω〕}$$

$$\alpha_T=\frac{r}{R_T}=\frac{\alpha_t\cdot R_t}{R_T}=\frac{0.00393\times10}{12.16}=0.003232=\mathbf{0.00323}$$

温度が 0 ℃の時の抵抗 R_0〔Ω〕，温度係数 α_0 は，同様に，

$$R_0=R_t\{1+\alpha_t(0-t)\}=10(1-0.00393\times20)=\mathbf{9.214}\ \text{〔Ω〕}$$

$$\alpha_0=\frac{r}{R_0}=\frac{\alpha_t\cdot R_t}{R_0}=\frac{0.00393\times10}{9.214}=0.0042\overset{7}{6}5=\mathbf{0.00427}$$

10. 0 ℃の銅の温度係数 α_0 を $\alpha_0=0.00427\fallingdotseq\dfrac{1}{234.5}$ とすると，t〔℃〕のときの温度係数 α_t は，式 (1･46) から，

$$\alpha_t=\frac{\alpha_0}{1+\alpha_0 t}=\frac{1}{\dfrac{1}{\alpha_0}+t}=\frac{1}{234.5+t}$$

したがって，温度上昇 $(T-t)$〔℃〕は，式 (1･47) から，

$$T-t=\frac{R_T-R_t}{\alpha_t R_t}=\frac{0.72-0.64}{\dfrac{1}{234.5+20}\times0.64}=\mathbf{31.8}\ \text{〔C〕}$$

また，巻線の温度 T〔℃〕は，

$$T = 31.8 + t = 31.8 + 20 = \mathbf{51.8}\ 〔°\mathrm{C}〕$$

11. 式(1·35)から，

$$入力 = \frac{出力}{効率} = \frac{3.7}{0.85} = \mathbf{4.35}\ 〔\mathbf{kW}〕$$

$$損失 = 入力 - 効率 \times 入力 = 入力(1 - 効率) = 4.35(1 - 0.85) = \mathbf{0.653}\ 〔\mathbf{kW}〕$$

チャレンジ問題

1. R_1 および R_2 が直列に接続されたとき，

$$R_1 + R_2 = 25 \qquad (1)$$

R_1 および R_2 が並列に接続されたとき，

$$\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 6 \qquad (2)$$

式(1)より，

$$R_1 = 25 - R_2 \qquad (3)$$

式(3)を式(2)に代入すれば，

$$R_2^2 - 25R_2 + 150 = 0$$

となるから，この式を因数分解して R_2 の根を求めると，

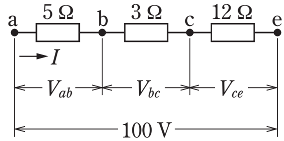
$$(R_2 - 10)(R_2 - 15) = 0$$

よって，$R_2 = 10$ あるいは $R_2 = 15$ となるから，それぞれ式(1)に代入すると，$R_1 = 15$ あるいは $R_1 = 10$ となる値を得る。

したがって，$\boldsymbol{R_1} = \mathbf{15}〔\Omega〕$ **のとき** $\boldsymbol{R_2} = \mathbf{10}〔\Omega〕$，$\boldsymbol{R_1} = \mathbf{10}〔\Omega〕$ **のとき** $\boldsymbol{R_2} = \mathbf{15}〔\Omega〕$ となる。

2. ab 間の抵抗　$R_{ab} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{10} + \dfrac{1}{15} + \dfrac{1}{30}} = \mathbf{5}\ 〔\Omega〕$

ce 間の抵抗　$R_{ce} = \dfrac{20 \times (5 + 25)}{20 + (5 + 25)} = \dfrac{600}{50} = \mathbf{12}\ 〔\Omega〕$



解図 8

したがって，解図 8 のような直列回路におきかえることができる。したがって，

$$全電流\quad I = \frac{100}{5 + 3 + 12} = 5\ 〔\mathrm{A}〕$$

ab，ce 間の電圧を V_{ab}，V_{ce}〔V〕とすれば，

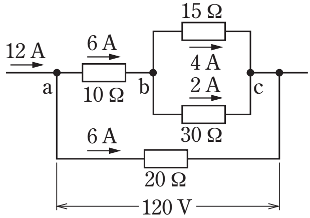
$$V_{ab} = IR_{ab} = 5 \times 5 = 25\ 〔\mathrm{V}〕, \qquad V_{ce} = IR_{ce} = 5 \times 12 = 60\ 〔\mathrm{V}〕$$

したがって，10 Ω の電流 I_1〔A〕および 20 Ω の電流 I_2〔A〕は，

$$I_1=\frac{V_{ab}}{10}=\frac{25}{10}=\mathbf{2.5}\ \text{〔A〕}\qquad I_2=\frac{V_{ce}}{20}=\frac{60}{20}=\mathbf{3}\ \text{〔A〕}$$

3. 解図 9 の各部の電流を求めると，

$$20\,\Omega\text{ の電流}=\frac{120}{20}=\mathbf{6}\ \text{〔A〕}\qquad (1)$$



解図 9

次に，10 Ω の電流を求めるために，bc 間の合成抵抗 R_{bc}〔Ω〕を求めると，

$$R_{bc}=\frac{15\times30}{15+30}=\frac{450}{45}=10\ \text{〔Ω〕}\qquad (2)$$

したがって，上側の ac 間の抵抗 R_{ac}〔Ω〕は，

$$R_{ac}=10+R_{bc}=10+10=20\ \text{〔Ω〕}$$

$$\therefore\ \left.\begin{aligned}&10\,\Omega\text{ の電流}=\frac{120}{20}=\mathbf{6}\ \text{〔A〕}\\&15\,\Omega\quad〃\quad=6\times\frac{30}{15+30}=\mathbf{4}\ \text{〔A〕}\\&30\,\Omega\quad〃\quad=6-4=\mathbf{2}\ \text{〔A〕}\end{aligned}\right\}\qquad (3)$$

$$\text{全電流}=6+6=12\ \text{〔A〕}$$

$$\text{合成抵抗}=\frac{120}{12}=\mathbf{10}\ \text{〔Ω〕}$$

4. S を閉じない前の合成抵抗は，$r+r_1=3$〔Ω〕である。次に，電圧一定のままで S を閉じたとき，電流が 2 倍になるためには，合成抵抗が前の半分にならなければならないから，

$$r+\frac{r_1r_2}{r_1+r_2}=\frac{3}{2}$$

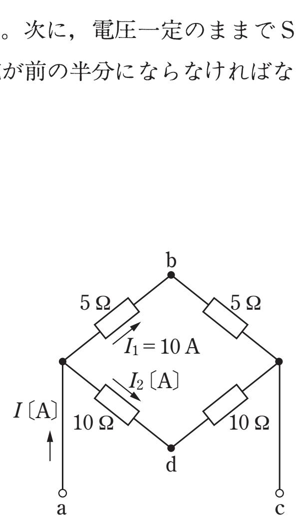
これより，

$$1+\frac{2r_2}{2+r_2}=\frac{3}{2}\qquad\therefore\quad r_2=\frac{2}{3}\fallingdotseq\mathbf{0.67}\ \text{〔Ω〕}$$

5. 図 1·70 の回路はブリッジ回路である。しかも，題意より，

$$\text{抵抗}\ \overline{\text{ab}}\times\overline{\text{dc}}=\overline{\text{bc}}\times\overline{\text{ad}}$$

であるから，b 点と d 点は同電位となり，$\overline{\text{bd}}$ 間には電流が流れない。したがって，解図 10 のように書き換えることができる。



解図 10

(a)　合成抵抗 R〔Ω〕は，

$$R=\frac{(10+10)(5+5)}{(10+10)+(5+5)}=\frac{20\times 10}{30}=\frac{200}{30}=\mathbf{6.67}\ 〔\Omega〕$$

(b)　電源の電圧 (ac 間の電圧) V〔V〕は，

$$V=(5+5)I_1=10\times 10=\mathbf{100}\ 〔\mathbf{V}〕$$

また，枝路 ad 間の電流 I_2〔A〕は，

$$I_2=\frac{100}{10+10}=\mathbf{5}\ 〔\mathbf{A}〕$$

ゆえに，電源の電流 I〔A〕は，

$$I=I_1+I_2=10+5=\mathbf{15}\ 〔\mathbf{A}〕$$

6.　図 1･71 から，検流計の抵抗を R_G，電池の起電力を E とすれば，

(a)　K を開いたとき，Ⓖ の振れ α はⒼ に流れる電流 I に比例する。この比例定数を k とすれば，

$$I=k\alpha=\frac{E}{(R_1+R_G)} \qquad (1)$$

(b)　次に，K を閉じたとき，全電流 I_0 は，

$$I_0=\frac{E}{\left(R_2+\dfrac{SR_G}{S+R_G}\right)}$$

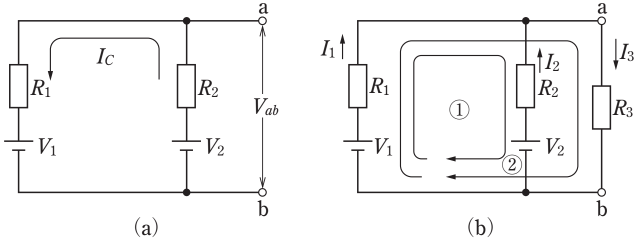
となり，Ⓖ は同じく α の振れを示したのだから，Ⓖ に流れる電流も I である。ゆえに，

$$I=k\alpha=\frac{E}{R_2+\dfrac{SR_G}{S+R_G}}\times\frac{S}{S+R_G}=\frac{E}{\dfrac{R_2(S+R_G)}{S}+R_G} \qquad (2)$$

題意より，式(1)＝式(2)であるから，

$$R_1=R_2\left(\frac{S+R_G}{S}\right) \qquad \therefore\quad \boldsymbol{R_G}=\frac{\boldsymbol{R_1-R_2}}{\boldsymbol{R_2}}\cdot\boldsymbol{S}\ 〔\Omega〕$$

7.　(1)　負荷抵抗 R_3 が接続されていないとき，回路に流れる電流 I_C を，解図 11 (a)



解図 11

のように定めれば，

$$I_C=\frac{V_2-V_1}{R_1+R_2}=\frac{120-110}{1+2}=\frac{10}{3}\ \text{〔A〕}$$

次に，ab 端子間電圧を V_{ab} とすれば，

$$V_{ab}=V_2-V_{R_2}=V_2-R_2I_C=120-2\times\frac{10}{3}=120-6.66=\mathbf{113.3}\ \text{〔V〕}$$

(2) 負荷抵抗 R_3 が接続されているとき，回路に流れる電流は解図 11(b)のようであるとすれば，①，②の閉路にキルヒホッフの第 2 法則を適用すると，

①の閉路より，

$$V_1-V_2=R_1I_1-R_2I_2=R_1I_1-R_2(I_3-I_1)=(R_1+R_2)I_1-R_2I_3 \qquad (1)$$

②の閉路より，

$$V_1=R_1I_1+R_3I_3 \qquad (2)$$

式(2)より I を求め，その値を式(1)に代入整理して，I_3 を求めると，次式となる。

$$I_3=\frac{R_2V_1+R_1V_2}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1} \qquad (3)$$

式(3)に題意の値を代入して，

$$I_3=\frac{2\times110+1\times120}{1\times2+2\times5+5\times1}=\frac{340}{17}=20\ \text{〔A〕}$$

したがって，ab 間の電圧 V_{ab} は，

$$V_{ab}=R_3I_3=5\times20=\mathbf{100}\ \text{〔V〕}$$

8. まず，初めに20℃におけるタングステン線の抵抗値を R_{20}〔Ω〕とすれば，

$$R_{20}=\rho\cdot\frac{l}{S}=5.5\times10^{-6}\times\frac{50}{0.025^2\times\pi}=0.14\ \text{〔Ω〕}$$

次に，0℃のときのタングステン線の抵抗値を R_0〔Ω〕とすれば，

$$R_0=R_{20}\{1+\alpha_{20}(T-t)\}$$

題意より，$T=0$〔℃〕，$t=20$〔℃〕，$\alpha_{20}=5.3\times10^{-3}$ のそれぞれの値を代入すれば，

$$R_0=0.14\{1+5.3\times10^{-3}(-20)\}=\mathbf{0.125}\ \text{〔Ω〕}$$

9. 1 kW・h は 860 kcal に相当するから，規定の温度まで水を温めるに要する時間を T〔min〕とすると，

$$(60-10)\times10^4=8.6\times10^5\times\frac{T}{60}\times0.95$$

$$\therefore\quad T=\frac{(60-10)\times10^4\times60}{8.6\times10^5\times0.95}=\mathbf{36.7}\ \text{〔min〕}$$

10. 抵抗線の抵抗 R〔Ω〕は,

$$R=\frac{V^2}{P}=\frac{100^2}{400}=25\ 〔\Omega〕$$

次に，200 V，7時間の消費電力量を W〔kW･h〕とすれば,

$$W=P'\cdot t'=\frac{V^2}{R}\cdot t'\times 10^{-3}=\frac{(200)^2}{25}\times 7\times 10^{-3}=\frac{56}{5}=\mathbf{11.2}\ 〔\mathbf{kW\cdot h}〕$$

別解 $P=\dfrac{V^2}{R}$ より，同一抵抗線であるから，P は V^2 に比例する。したがって，$\left(\dfrac{200}{100}\right)^2=4$ となり，200 V で使えば電力は 4 倍となる。

ゆえに，7時間の消費電力量 W〔kW･h〕は,

$$W=0.4\times 4\times 7=\mathbf{11.2}\ 〔\mathbf{kW\cdot h}〕$$

11. rの回路に流れる電流を i とすれば,

$$i=i_0\times\frac{r_0}{r+r_0}$$

r で消費される電力 P は,

$$P=i^2\cdot r=\left(i_0\times\frac{r_0}{r+r_0}\right)^2\cdot r=\frac{(i_0\cdot r_0)^2\cdot r}{(r+r_0)^2}=\frac{(i_0\cdot r_0)^2\cdot r}{r^2+2\,rr_0+r_0^{\,2}}$$

$$=\frac{(i_0\cdot r_0)^2}{r+2r_0+\dfrac{r_0^{\,2}}{r}}=\frac{(i_0\cdot r_0)^2}{\left(\sqrt{r}-\dfrac{r_0}{\sqrt{r}}\right)^2+4r_0}$$

$\sqrt{r}\times\dfrac{r_0}{\sqrt{r}}=$一定のとき，$\sqrt{r}=\dfrac{r_0}{\sqrt{r}}$ で$\sqrt{r}-\dfrac{r_0}{\sqrt{r}}$ は最小の値となるから，$r=r_0$ のとき P が最大となる。このときの最大電力を P_m とすれば,

$$\boldsymbol{P_m=\frac{i_0^{\,2}\cdot r_0}{4}}$$

第 2 章　電流と磁気

問

2・1　磁界の強さと磁束密度

問 1　式(2・3)から，

$$F=6.33\times10^4\times\frac{m_1m_2}{r^2}=6.33\times10^4\times\frac{3\times10^{-3}\times(-2\times10^{-3})}{(20\times10^{-2})^2}$$

$$=-\mathbf{9.495}\ \text{〔N〕（吸引力）}$$

問 2　式(2・4)から，

$$H=\frac{F}{m}=\frac{3}{1.5\times10^{-3}}=\mathbf{2\times10^3}\ \text{〔A/m〕}$$

復習問題

基本問題

1.　式 (2・3) から，

$$F=6.33\times10^4\times\frac{m_1m_2}{r^2}=6.33\times10^4\times\frac{0.2\times0.1}{0.1^2}=\mathbf{1.266\times10^5}\ \text{〔N〕（反発力）}$$

2.　式 (2・5) から，

$$H=\frac{m}{4\pi\mu_0\cdot r^2}=6.33\times10^4\times\frac{m}{r^2}=6.33\times10^4\times\frac{0.5}{1}=\mathbf{3.17\times10^4}\ \text{〔A/m〕}$$

3.　0.5 Wb の磁極からは，**0.5 Wb** の磁束が出る。

4.　磁束密度 B〔T〕は，式(2・13)から，

$$B=\mu_0H=4\pi\times10^{-7}\times2=25.13\times10^{-7}=\mathbf{2.51\times10^{-6}}\ \text{〔T〕}$$

5.　式(2・15)から，

$$H=\frac{I}{2r}=\frac{2}{2\times0.2}=\mathbf{5}\ \text{〔A/m〕}$$

6.　コイルに誘導する起電力の大きさ e〔V〕は，式(2・32)から，

$$e=N\times\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=10\times\frac{0.4}{0.2}=\mathbf{20}\ 〔\mathrm{V}〕$$

7. 起電力の大きさ e〔V〕は，式(2·33)から，

$$e=Blv=0.6\times0.5\times10=\mathbf{3}\ 〔\mathrm{V}〕$$

8. コイル A，B 間の相互インダクタンスを M〔H〕とすれば，式(2·38)から，

$$M=\frac{e_2}{\dfrac{\Delta I}{\Delta t}}=7.5\times\frac{1}{\dfrac{5}{1}}=\mathbf{1.5}\ 〔\mathrm{H}〕$$

発 展 問 題

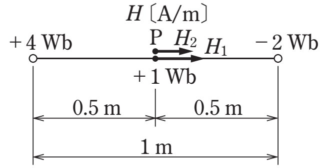
1. 磁極間に働く力の大きさ F〔N〕は，式(2·3)から，

$$F=6.33\times10^4\times\frac{m_1m_2}{\mu_r r^2}=6.33\times10^4\times\frac{2\times10^{-2}\times4\times10^{-3}}{20\times(5\times10^{-2})^2}=\mathbf{101.28}\ 〔\mathrm{N}〕$$

2. 解図 1 のように，$+4$ Wb の点磁極から点 P に及ぼす磁界の強さ H_1〔A/m〕は，

$$H_1=6.33\times10^4\times\frac{m}{r^2}$$

$$=6.33\times10^4\times\frac{4}{0.5^2}\ 〔\mathrm{A/m}〕(反発)$$



解図 1

同様に，-2 Wb の点磁極から点 P に及ぼす磁界の強さ H_2〔A/m〕は，

$$H_2=6.33\times10^4\times\frac{m}{r^2}=6.33\times10^4\times\frac{2}{0.5^2}\ 〔\mathrm{A/m}〕\ (吸引)$$

したがって，点 P にできる磁界の強さ H〔A/m〕は，H_1 と H_2 は同方向であるから，これらの和であり，

$$H=H_1+H_2=6.33\times10^4\times\frac{1}{0.5^2}(4+2)=\mathbf{1.52\times10^6}\ 〔\mathbf{A/m}〕$$

3. 導体に誘導する起電力 e〔V〕は，

$$e=Blv\sin\theta=0.5\times20\times0.5\times\sin30°=\mathbf{2.5}\ 〔\mathrm{V}〕$$

4. 磁束密度 B〔T〕は，

$$B=\frac{\Phi}{S}=\frac{0.008}{100\times10^{-4}}=\mathbf{0.8}\ 〔\mathrm{T}〕$$

5. 電流相互間の力 F〔N〕は，式(2·29)から，

$$F=2\times\frac{I_aI_b}{r}\times10^{-7}=2\times\frac{100\times100}{5\times10^{-2}}\times10^{-7}=\mathbf{0.04}\ 〔\mathrm{N}〕$$

6.　コイルに誘導する起電力 e〔V〕は，式(2・40)から，

$$e=L\times\frac{\varDelta I}{\varDelta t}=25\times10^{-3}\times\frac{300}{\dfrac{1}{50}}=\mathbf{375}\ \text{〔V〕}$$

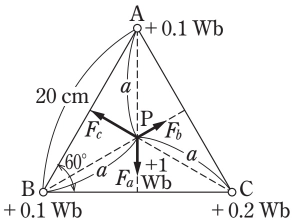
7.　コイルに蓄えられたエネルギー W〔J〕は，式(2・52)から，次のようになる。

$$W=\frac{1}{2}LI^2 \qquad \therefore\quad L=\frac{2W}{I^2}=\frac{2\times850}{100^2}=\mathbf{0.17}\ \text{〔H〕}$$

チャレンジ問題

1.　各磁極から重心までの距離 a〔m〕は，

$$a=\frac{20\sqrt{3}}{3}\times10^{-2}\ \text{〔m〕}$$



$$a=20\times10^{-2}\times\sin60°\times\frac{2}{3}$$
$$=20\times10^{-2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{2}{3}$$
$$=\frac{2\sqrt{3}}{3}\times10^{-2}\ \text{〔m〕}$$

解図 2

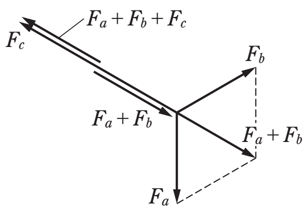
したがって，重心に +1 Wb の磁極をおくと，各磁極との力は反発力で，その大きさを F_a，F_b，F_c とすれば，

$$F_a=F_b=\frac{m}{4\pi\mu_0r^2}=6.33\times10^4\times\frac{0.1}{\left(\dfrac{20\sqrt{3}}{3}\times10^{-2}\right)^2}=47.475\times10^4\ \text{〔N〕}$$

$$F_c=6.33\times10^4\times\frac{0.2}{\left(\dfrac{20\sqrt{3}}{3}\times10^{-2}\right)^2}=94.95\times10^4\ \text{〔N〕}$$

この F_a，F_b，F_c をベクトル的に加えると，解図 3 のベクトル図から，

$$F_a+F_b=F_b\times\cos60°\times2=F_b=F_a$$
$$F_a+F_b+F_c=F_c-F_a$$
$$=94.95\times10^4-47.475\times10^4$$



解図 3

$=47.475\times10^4$ 〔N〕

したがって，点Pの磁界の強さ H〔A/m〕は，次のようになる。

$$H=47.475\times10^4\ \text{〔A/m〕}\fallingdotseq\mathbf{4.75\times10^5}\ \text{〔}\mathbf{A/m}\text{〕}$$

2. 磁石に作用するトルク T〔N·m〕は，式(2·8)から，

$$T=lmH\sin\theta=12\times10^{-2}\times5\times8\,000\times\sin30°=\mathbf{2\,400}\ \text{〔}\mathbf{N\cdot m}\text{〕}$$

3. 各線間には，長さ1m当たり，

$$F'=2\times\frac{I_aI_b}{r}\times10^{-7}=2\times\frac{I\times I}{r}\times10^{-7}$$

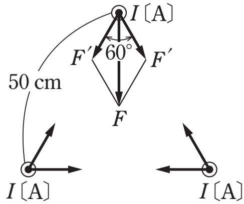
$$=2\times\frac{100\times100}{0.5}\times10^{-7}=4\times10^{-3}\ \text{〔N/m〕}$$

の電磁力が働く。

これを，解図4のように，ベクトル的に合成すると，導体の1m当たりに働く電磁力 F は，

$$F=F'\cos30°\times2=F'\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times2=\sqrt{3}\,F'$$

$$=\sqrt{3}\times4\times10^{-3}=\mathbf{6.928\times10^{-3}}\ \text{〔}\mathbf{N/m}\text{〕}$$



解図4

4. 平均磁路の長さ l〔m〕は，

$$l=2\pi\left(r+\frac{d}{2}\right)=\pi(2r+d)\ \text{〔m〕}$$

したがって，コイルに流れる電流 I〔A〕は，

$$I=\frac{lB}{N\mu}=\boldsymbol{\frac{\pi(2r+d)B}{N\mu}}\ \text{〔}\mathbf{A}\text{〕}$$

第3章　静電気

復習問題

基本問題

1. 式(3·3)から，

$$F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\times\frac{Q_1Q_2}{r^2}\fallingdotseq 9\times10^9\times\frac{0.2\times0.5}{1^2}=\mathbf{9\times10^8}\ [\mathrm{N}]$$

2. 式(3·6)から，

$$E=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\fallingdotseq 9\times10^9\times\frac{Q}{r^2}=9\times10^9\times\frac{0.5}{I^2}=\mathbf{4.5\times10^9}\ [\mathrm{V/m}]$$

3. 式(3·19)から，

$$C=\frac{\varepsilon_0 S}{l}=8.854\times10^{-12}\times\frac{S}{l}=8.854\times10^{-12}\times\frac{2}{0.01}=17.71\times10^{-10}\ [\mathrm{F}]$$

$$=\mathbf{1.77\times10^{-3}}\ [\mathrm{\mu F}]$$

4. 直列にした場合の合成静電容量 C〔F〕は，式(3·28)から，

$$C=\frac{1}{\dfrac{1}{C_1}+\dfrac{1}{C_2}}=\frac{C_1\times C_2}{C_1+C_2}=\frac{(4\times10^{-6})\times(4\times10^{-6})}{4\times10^{-6}+4\times10^{-6}}=2\times10^{-6}\,[\mathrm{F}]=\mathbf{2}\ [\mathrm{\mu F}]$$

次に，並列にした場合の合成静電容量 C'〔F〕は，式(3·22)から，

$$C'=C_1+C_2=4\times10^{-6}+4\times10^{-6}=8\times10^{-6}\,[\mathrm{F}]=\mathbf{8}\ [\mathrm{\mu F}]$$

5. 並列にした場合の合成静電容量 C〔F〕は，式(3·22)から，

$$C=C_1+C_2=2\times10^{-6}+3\times10^{-6}=5\times10^{-6}\,[\mathrm{F}]=\mathbf{5}\ [\mathrm{\mu F}]$$

次に，直列にした場合の合成静電容量 C'〔F〕は，式(3·28)から，

$$C'=\frac{1}{\dfrac{1}{C_1}+\dfrac{1}{C_2}}=\frac{C_1\times C_2}{C_1+C_2}=\frac{(2\times10^{-6})\times(3\times10^{-6})}{2\times10^{-6}+3\times10^{-6}}=\frac{6}{5}\times10^{-6}$$

$$=1.2\times10^{-6}\,[\mathrm{F}]=\mathbf{1.2}\ [\mathrm{\mu F}]$$

6. 電圧は静電容量に反比例するから，50V を 3:2 に分けた電圧が 2μF と 3μF のコンデンサに加わる。

したがって，2μF のコンデンサに加わる電圧 V_1〔V〕は，

$$V_1=\frac{3}{5}\times 50=\mathbf{30}\ \text{〔V〕}$$

7. 直列にした各コンデンサに加わる電圧は静電容量に反比例するから，4μF のコンデンサには 60V の電圧が加わる。

したがって，4μF のコンデンサに蓄えられる電荷の量 Q〔C〕は，

$$Q=C_1V_1=4\times 10^{-6}\times 60=\mathbf{2.4\times 10^{-4}}\ \text{〔C〕}$$

発展問題

1. 式(3･3)から，

$$F=9\times 10^9\times\frac{Q_1Q_2}{r^2}=9\times 10^9\times\frac{0.1\times 10^{-6}\times 0.2\times 10^{-6}}{(5\times 10^{-2})^2}=\mathbf{0.072}\ \text{〔N〕}$$

2. 1V の電位差は 1C の電荷が移動したときのエネルギーであるから，1.602×10^{-19}C の電荷が移動すれば，$\mathbf{1.602\times 10^{-19}}$〔J〕となる。

3. 点 a の電位を V_1〔V〕，点 b の電位を V_2〔V〕とすれば，

$$V_1=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_1}=9\times 10^9\times\frac{Q}{r_1}=9\times 10^9\times\frac{0.1\times 10^{-6}}{1}=9\times 10^2\ \text{〔V〕}$$

$$V_2=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_2}=9\times 10^9\times\frac{Q}{r_2}=9\times 10^9\times\frac{0.1\times 10^{-6}}{2}=4.5\times 10^2\ \text{〔V〕}$$

したがって，電位差 V_{12} は，

$$V_{12}=V_1-V_2=(9-4.5)\times 10^2=4.5\times 10^2=\mathbf{450}\ \text{〔V〕}$$

4. 電気力線の総本数 N〔本〕は，式(3･10)から，

$$N=\frac{Q}{\varepsilon_0}=\frac{Q_1+Q_2+Q_3}{\varepsilon_0}=\frac{(5-2+3)\times 10^{-6}}{8.854\times 10^{-12}}=\mathbf{6.78\times 10^5}\ \text{〔本〕}$$

5. 式(3･13)から，

$$D=\varepsilon E$$

$$\therefore\quad E=\frac{D}{\varepsilon}=\frac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_r}=\frac{1\times 10^{-6}}{8.854\times 10^{-12}\times 2}=\mathbf{5.65\times 10^4}\ \text{〔V/m〕}$$

6. 式(3･19)から，

$$C=\frac{\varepsilon S}{l}=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r S}{l}=8.854\times 10^{-12}\times\frac{\varepsilon_r S}{l}=8.854\times 10^{-12}\times\frac{4\times 500\times 10^{-4}}{1\times 10^{-3}}$$

$$=0.00177\times 10^{-6}\ \text{〔F〕}=\mathbf{0.00177}\ \text{〔μF〕}$$

7. まず，C_2 と C_3 の並列接続の合成静電容量 C'〔F〕は，

$$C'=C_2+C_3=4\times 10^{-6}+6\times 10^{-6}=10\times 10^{-6}\ \text{〔F〕}$$

この C' と C_1 の直列接続の合成静電容量 C_0〔F〕は，

$$C_0=\frac{1}{\dfrac{1}{C_1}+\dfrac{1}{C'}}=\frac{C_1\times C'}{C_1+C'}=\frac{(15\times10^{-6})\times(10\times10^{-6})}{15\times10^{-6}+10\times10^{-6}}=\mathbf{6\times10^{-6}}\ \text{〔}\mathbf{F}\text{〕}$$

端子 ab 間に $V=125$〔V〕の電圧を加えたとき，端子 ab 間の合成静電容量 C_0 に蓄えられる電荷 Q〔C〕は，

$$Q=C_0V=6\times10^{-6}\times125=7.5\times10^{-4}\ \text{〔C〕}$$

この電荷 Q は，直列接続された各コンデンサに等量蓄えられるから，C_1 のコンデンサに蓄えられる電荷 Q_1 は，

$$Q_1=Q=\mathbf{7.5\times10^{-4}}\ \text{〔}\mathbf{C}\text{〕}$$

次に，C_2 と C_3 は並列になっているので，各コンデンサに蓄えられる電荷は，各コンデンサの容量に比例する。

したがって，C_2，C_3 に蓄えられる電荷 Q_2，Q_3〔C〕は，

$$Q_2=Q\times\frac{4}{10}=7.5\times10^{-4}\times\frac{4}{10}=\mathbf{3\times10^{-4}}\ \text{〔}\mathbf{C}\text{〕}$$

$$Q_3=Q\times\frac{6}{10}=7.5\times10^{-4}\times\frac{6}{10}=\mathbf{4.5\times10^{-4}}\ \text{〔}\mathbf{C}\text{〕}$$

次に，C_1 の電圧 V_1〔V〕は，

$$V_1=\frac{Q_1}{C_1}=\frac{7.5\times10^{-4}}{15\times10^{-6}}=\mathbf{50}\ \text{〔}\mathbf{V}\text{〕}$$

また，C_2 および C_3 の電圧 V_2〔V〕は，

$$V_2=125-50=\mathbf{75}\ \text{〔}\mathbf{V}\text{〕}$$

8. 全体の電圧を V_0〔V〕とし，各コンデンサに加わる電圧を V_1，V_2，V_3〔V〕とすれば，式(3･27)から，

$$V_1:V_2:V_3=\frac{1}{0.1}:\frac{1}{0.2}:\frac{1}{0.3}=6:3:2$$

の割合で電圧 V_0 を分担する。最大の電圧は 0.1 μF のコンデンサに加わり，これが 500 V でなければならないから，

$$V_0=500+500\times\frac{3}{6}+500\times\frac{2}{6}\fallingdotseq\mathbf{916.7}\ \text{〔}\mathbf{V}\text{〕}$$

チャレンジ問題

1. 重心 P から各頂点 A，B，C までの距離 a〔m〕は，

$$a=\frac{10\sqrt{3}}{3}\times10^{-2}\ \text{〔m〕}$$

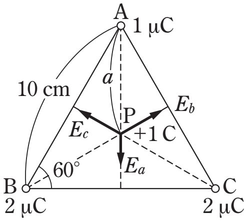
点 A の電荷による点 P の電界の強さ E_a〔V/m〕は，

$$E_a=\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 a^2}=9\times10^9\times\frac{Q}{a^2}$$

$$=9\times10^9\times\frac{1\times10^{-6}}{\left(\frac{10\sqrt{3}}{3}\times10^{-2}\right)^2}=2.7\times10^6\ \text{〔V/m〕}$$

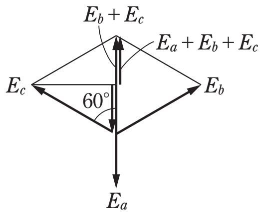
同様に，

$$E_b=E_c=\frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}=9\times10^9\times\frac{2\times10^{-6}}{\left(\frac{10\sqrt{3}}{3}\times10^{-2}\right)^2}=5.4\times10^6\ \text{〔V/m〕}$$



$$a=10\times10^{-2}\times\sin 60^\circ\times\frac{2}{3}$$
$$=10\times10^{-2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{2}{3}$$
$$=\frac{10\sqrt{3}}{3}\times10^{-2}\ \text{〔m〕}$$

解図 1



解図 2

したがって，点 P の電界の強さ E〔V/m〕は，

$$E=|\dot{E}_a+\dot{E}_b+\dot{E}_c|=|\dot{E}_b+\dot{E}_c|-|\dot{E}_a|$$
$$=2E_c\cos 60^\circ-E_a=E_c-E_a=5.4\times10^6-2.7\times10^6=\mathbf{2.7\times10^6}\ \text{〔V/m〕}$$

2. 端子 ab 間に電圧 V_{ab} を加えて，端子 b の電位を 0，端子 a の電位を V_{ab} であるとする。いま，端子 ac 間の電圧を V_{ac}，cb 間の電圧を V_{cb}，ad 間の電圧を V_{ad}，db 間の電圧を V_{db} とすると，

$$V_{ac}:V_{cb}=\frac{1}{C_1}:\frac{1}{C_2}$$

$$V_{ad}:V_{db}=\frac{1}{C_3}:\frac{1}{C_4}$$

$$V_{ac}+V_{cb}=V_{ad}+V_{db}=V_{ab}$$

の関係があるから，

$$V_{cb}=\frac{V_{ab}}{\dfrac{1}{C_1}+\dfrac{1}{C_2}}\times\frac{1}{C_2}=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}\times\frac{1}{C_2}\times V_{ab}=\frac{C_1}{C_1+C_2}\times V_{ab}$$

$$V_{db}=\frac{V_{ab}}{\dfrac{1}{C_3}+\dfrac{1}{C_4}}\times\frac{1}{C_4}=\frac{C_3C_4}{C_3+C_4}\times\frac{1}{C_4}\times V_{ab}=\frac{C_3}{C_3+C_4}\times V_{ab}$$

したがって，端子 cd 間の電圧 V_{cd}〔V〕は，

$$V_{cd}=V_{cb}-V_{db}=\left(\frac{C_1}{C_1+C_2}-\frac{C_3}{C_3+C_4}\right)V_{ab}=\boldsymbol{\frac{C_1C_4-C_2C_3}{(C_1+C_2)(C_3+C_4)}\times V_{ab}}\ \text{〔\textbf{V}〕}$$

3. A，B，C のコンデンサの静電容量をそれぞれ C_A，C_B，C_C とすると，題意より，次式が成立する。

$$\text{AとBの直列；}\ \frac{C_AC_B}{C_A+C_B}=1.2 \qquad \therefore\ \frac{C_A+C_B}{C_AC_B}=\frac{1}{1.2} \qquad (1)$$

$$\text{BとCの直列；}\ \frac{C_BC_C}{C_B+C_C}=1.5 \qquad \therefore\ \frac{C_B+C_C}{C_BC_C}=\frac{1}{1.5} \qquad (2)$$

$$\text{CとAの直列；}\ \frac{C_CC_A}{C_C+C_A}=2.0 \qquad \therefore\ \frac{C_C+C_A}{C_CC_A}=\frac{1}{2.0} \qquad (3)$$

式(1)＋式(2)＋式(3)から，

$$\frac{C_AC_C+C_BC_C+C_AC_B+C_CC_A+C_BC_C+C_AC_B}{C_AC_BC_C}=\frac{1}{1.2}+\frac{1}{1.5}+\frac{1}{2.0}$$

$$=\frac{2.5+2+1.5}{3}=\frac{6}{3}=2$$

$$\therefore\ \frac{2(C_AC_B+C_BC_C+C_CC_A)}{C_AC_BC_C}=2$$

$$\therefore\ \frac{C_AC_B+C_BC_C+C_CC_A}{C_AC_BC_C}=1 \qquad (4)$$

式(4)－式(1)から，

$$\frac{C_AC_B+C_BC_C+C_CC_A}{C_AC_BC_C}-\frac{C_A+C_B}{C_AC_B}=1-\frac{1}{1.2}$$

$$\therefore\ \frac{C_AC_B+C_BC_C+C_CC_A-(C_AC_C+C_BC_C)}{C_AC_BC_C}=\frac{0.2}{1.2}$$

$$\therefore\ \frac{C_AC_B}{C_AC_BC_C}=\frac{0.2}{1.2} \qquad \therefore\ C_C=\frac{1.2}{0.2}=\mathbf{6}\ \text{〔\textbf{μF}〕}$$

同様に，式(4)－式(2)から，

$$\frac{C_AC_B+C_BC_C+C_CC_A}{C_AC_BC_C}-\frac{C_B+C_C}{C_BC_C}=1-\frac{1}{1.5}=\frac{0.5}{1.5}$$

$$\therefore\quad \frac{C_B C_C}{C_A C_B C_C}=\frac{0.5}{1.5} \qquad \therefore\quad C_A=\frac{1.5}{0.5}=\mathbf{3}\ 〔\mathbf{\mu F}〕$$

式(4)－式(3)から，

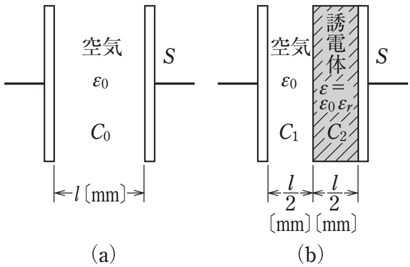
$$\frac{C_A C_B+C_B C_C+C_C C_A}{C_A C_B C_C}-\frac{C_C+C_A}{C_C C_A}=1-\frac{1}{2.0}=\frac{1}{2.0}$$

$$\therefore\quad \frac{C_C C_A}{C_A C_B C_C}=\frac{1}{2.0} \qquad \therefore\quad C_B=\mathbf{2.0}\ 〔\mathbf{\mu F}〕$$

4. 解図 3 (a)の静電容量 C_0 は，

$$C_0=\varepsilon_0\times\frac{S}{l}=1\ 〔\mu\mathrm{F}〕$$

次に，図(b)のように，極板間に $\frac{l}{2}$〔mm〕の厚さで，比誘電率 $\varepsilon_r=3$ の誘電体を入れた場合には，２個のコンデンサの直列と考えられるから，各々の静電容量を C_1，C_2 とすれば，



解図 3

$$C_1=\varepsilon_0\times\frac{S}{\frac{l}{2}}=\varepsilon_0\times\frac{2S}{l}=2\,C_0$$

$$C_2=\varepsilon\times\frac{S}{\frac{l}{2}}=\varepsilon_0\varepsilon_r\times\frac{2S}{l}=\varepsilon_0\times\frac{S}{l}\times2\times3=6\,C_0$$

したがって，全体の静電容量 C は，

$$C=\frac{1}{\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}}=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}=\frac{2C_0\times6C_0}{2C_0+6C_0}=\frac{12C_0{}^2}{8C_0}=1.5\,C_0$$

$$=1.5\times1=\mathbf{1.5}\ 〔\mathbf{\mu F}〕$$

第4章　交流回路の基礎

問

4·1　交流現象

問1　波長 λ〔m〕は，式(4·2)から，

$$\lambda=\frac{c}{f}=\frac{3\times10^8}{531\times10^3}\sim\frac{3\times10^8}{1602\times10^3}=\mathbf{564.97\sim187.26}\ \text{〔}\mathbf{m}\text{〕}$$

問2　周波数 f は，式(4·2)から，

$$f=\frac{c}{\lambda}=\frac{3\times10^8}{0.390}\sim\frac{3\times10^8}{0.638}=7.69\times10^8\sim4.70\times10^8\ \text{〔Hz〕}$$

$$=\mathbf{769\sim470}\ \text{〔}\mathbf{MHz}\text{〕}$$

問3　角周波数 ω〔rad/s〕は，式(4·5)から，

$$\omega=2\pi f=2\pi\times300\times10^6=\mathbf{1.88\times10^9}\ \text{〔}\mathbf{rad/s}\text{〕}$$

周期 T〔s〕は，式(4·1)から，

$$T=\frac{1}{f}=\frac{1}{300\times10^6}=\mathbf{3.3\times10^{-9}}\ \text{〔}\mathbf{s}\text{〕}$$

波長 λ〔m〕は，式(4·2)から，

$$\lambda=\frac{c}{f}=\frac{3\times10^8}{300\times10^6}=\mathbf{1}\ \text{〔}\mathbf{m}\text{〕}$$

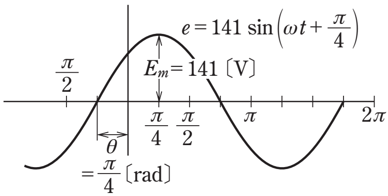
問4　　角周波数　$\omega=\mathbf{376.8}$〔**rad/s**〕

周 波 数　$f=\dfrac{\omega}{2\pi}=\dfrac{376.8}{2\pi}=\mathbf{60}$〔**Hz**〕

周　　期　$T=\dfrac{1}{f}=\dfrac{1}{60}=\mathbf{0.0167}$〔**s**〕

4·2　正弦波交流の発生

問1　解図1のようになる。



解図 1

問 2　位相差$=\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}=\boldsymbol{\frac{\pi}{12}}$〔**rad**〕

4･3　交流の平均値・実効値

問 1　実効値$=\frac{I_m}{\sqrt{2}}=\frac{50}{\sqrt{2}}=\frac{50\sqrt{2}}{2}=25\sqrt{2}=\mathbf{35.4}$〔**A**〕

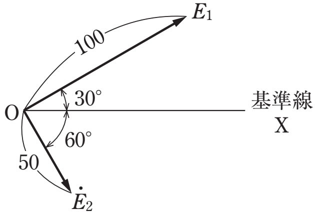
平均値$=I_m\times\frac{2}{\pi}=50\times\frac{2}{\pi}=\mathbf{31.8}$〔**A**〕

問 2　実効値＝平均値×波形率$=20\times1.111=\mathbf{22.2}$〔**V**〕

問 3　最大値＝実効値×波高率$=200\times1.414=\mathbf{141.4}$〔**V**〕

4･4　正弦波交流のベクトル表示

問 1　解図 2 のようになる。



解図 2

問 2　i_1 の実効値 I_1〔A〕は，

$$I_1 = I_m \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 20 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{20\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2} = 10 \times 1.414 = 14.14\ \text{〔A〕}$$

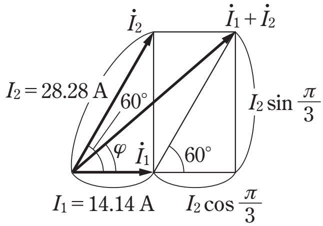
i_1 の初位相は 0，したがって，i_1 のベクトル $\dot{I}_1$ は，大きさが 14.14 A で，基準線上にある。

次に，i_2 の実効値 I_2〔A〕は，

$$I_2 = I_m \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 40 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{40\sqrt{2}}{2} = 20\sqrt{2} = 20 \times 1.414 = 28.28\ \text{〔A〕}$$

i_2 の初位相は $+\frac{\pi}{3}$〔rad〕，したがって，i_2 のベクトル $\dot{I}_2$ は，大きさが 28.28 A で，基準線よりも $\frac{\pi}{3}$〔rad〕位相が進んでいる。

$\dot{I}_1 + \dot{I}_2$ のベクトル和は，解図 3 のようになる。



解図 3

次に，$\dot{I}_1 + \dot{I}_2$ の大きさは，解図 3 から，

$$|\dot{I}_1 + \dot{I}_2| = \sqrt{\left(I_1 + I_2 \cos\frac{\pi}{3}\right)^2 + \left(I_2 \sin\frac{\pi}{3}\right)^2}$$

$$= \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + 2 I_1 I_2 \cos\frac{\pi}{3}}$$

$$= \sqrt{(14.14)^2 + (28.28)^2 + 2 \times 14.14 \times 28.28 \times \frac{1}{2}}$$

$$= \mathbf{37.4}\ \text{〔A〕}$$

位相差 φ は，

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{I_2 \sin\frac{\pi}{3}}{I_1 + I_2 \cos\frac{\pi}{3}} = \tan^{-1} \frac{24.49}{28.28} = \tan^{-1} 0.866 = 40.89° = \mathbf{40°53'}$$

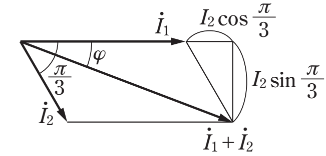
問 3　(1)　**ベクトル和 $\dot{I}_1+\dot{I}_2$ の場合**

$$|\dot{I}_1+\dot{I}_2|=\sqrt{\left(I_1+I_2\cos\frac{\pi}{3}\right)^2+\left(I_2\sin\frac{\pi}{3}\right)^2}$$

$$=\sqrt{I_1^2+I_2^2+2I_1I_2\cos\frac{\pi}{3}}$$

$$=\sqrt{26^2+10^2+2\times26\times10\times\frac{1}{2}}$$

$$=32.19\fallingdotseq\mathbf{32.2}\ \text{〔A〕}$$



解図 4

位相差　$\varphi=\tan^{-1}\dfrac{I_2\sin\frac{\pi}{3}}{I_1+I_2\cos\frac{\pi}{3}}=\tan^{-1}\dfrac{10\times\frac{\sqrt{3}}{2}}{26+10\times\frac{1}{2}}=\tan^{-1}\dfrac{8.66}{31}$

$=\mathbf{15°36'}$　**（遅れ）**

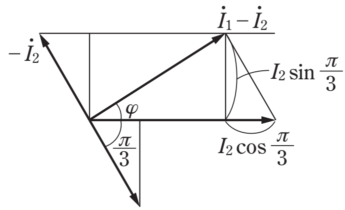
(2)　**ベクトル差 $\dot{I}_1-\dot{I}_2$ の場合**

$$|\dot{I}_1-\dot{I}_2|=\sqrt{\left(I_1-I_2\cos\frac{\pi}{3}\right)^2+\left(I_2\sin\frac{\pi}{3}\right)^2}$$

$$=\sqrt{I_1^2+I_2^2-2I_1I_2\cos\frac{\pi}{3}}$$

$$=\sqrt{26^2+10^2-2\times26\times10\times\frac{1}{2}}$$

$$=22.72\fallingdotseq\mathbf{22.7}\ \text{〔A〕}$$



解図 5

位相差　$\varphi=\tan^{-1}\dfrac{I_2\sin\frac{\pi}{3}}{I_1-I_2\cos\frac{\pi}{3}}=\tan^{-1}\dfrac{10\times\frac{\sqrt{3}}{2}}{26-10\times\frac{1}{2}}=\tan^{-1}\dfrac{8.66}{21}$

$=\mathbf{22°24'}$　**（進み）**

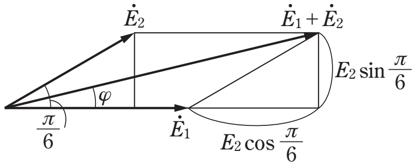
問 4

$$|\dot{E}_1+\dot{E}_2|=\sqrt{\left(E_1+E_2\cos\frac{\pi}{6}\right)^2+\left(E_2\sin\frac{\pi}{6}\right)^2}$$

$$=\sqrt{E_1^2+E_2^2+2E_1E_2\cos\frac{\pi}{6}}$$

$$=\sqrt{100^2+90^2+2\times100\times90\times\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$=\mathbf{183.5}\ \text{〔V〕}$$



解図 6

位相差　$\varphi=\tan^{-1}\dfrac{E_2\sin\frac{\pi}{6}}{E_1+E_2\cos\frac{\pi}{6}}$

$$=\tan^{-1}\frac{90\times\frac{1}{2}}{100+90\times\frac{\sqrt{3}}{2}}=\tan^{-1}\frac{45}{177.9}=\mathbf{14°20'}$$

4·5　正弦波交流の基本回路

問 1　電圧の実効値 V〔V〕は，式 (4·30) から，

$$V=RI=5\times10^3\times2\times10^{-3}=10\ 〔\mathrm{V}〕$$

したがって，電圧の最大値 V_m〔V〕は，

$$V_m=\sqrt{2}\times V=\sqrt{2}\times10=\mathbf{14.14}\ 〔\mathbf{V}〕$$

問 2　誘導リアクタンス X_L〔Ω〕は，式(4·38)から，

$$X_L=\omega L=2\pi fL=2\pi\times60\times20\times10^{-3}=\mathbf{7.54}\ 〔\Omega〕$$

問 3　誘導リアクタンス X_L〔Ω〕は，

$$X_L=2\pi fL=2\pi\times60\times0.5=188.5\ 〔\Omega〕$$

したがって，電流 I〔A〕は，式 (4·37) から，

$$I=\frac{V}{X_L}=\frac{100}{188.5}=\mathbf{0.531}\ 〔\mathbf{A}〕$$

問 4　静電容量 C〔F〕は，式 (4·45) から，

$$C=\frac{1}{2\pi fX_C}=\frac{1}{2\pi\times10\times10^3\times16}=1\times10^{-6}〔\mathrm{F}〕=\mathbf{0.995}\ 〔\mu\mathbf{F}〕$$

問 5　電流 I〔A〕は，式(4・44)から，

$$I=\frac{V}{X_C}=\frac{10}{1\times10^3}=10\times10^{-3}\,〔\mathrm{A}〕=\mathbf{10}\ 〔\mathbf{mA}〕$$

復習問題

基本問題

1. (a)　v の初位相角 **30°**，i の初位相角 **−10°**

v と i の位相差$=30°-(-10°)=$**40°**

v は i より 40° 位相が進んでいる。

(b)　v の初位相角 **0°**，i の初位相角 $180°-30°=$**150°**

v と i の位相差$=150°-0=$**150°**

i は v より 150° 位相が進んでいる。

2. ①　電圧の実効値　$V=V_m\times\frac{1}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}\times100\times\frac{1}{\sqrt{2}}=\mathbf{100}\ 〔\mathbf{V}〕$

電圧の最大値　$V_m=\sqrt{2}\times100=\mathbf{141.4}\ 〔\mathbf{V}〕$

電流の実効値　$I=I_m\times\frac{1}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}\times5\times\frac{1}{\sqrt{2}}=\mathbf{5}\ 〔\mathbf{A}〕$

電流の最大値　$I_m=\sqrt{2}\times5=\mathbf{7.07}\ 〔\mathbf{A}〕$

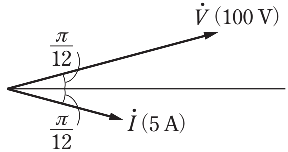
②　周波数　$f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{100\pi}{2\pi}=\mathbf{50}\ 〔\mathbf{Hz}〕$

周期　$T=\frac{1}{f}=\frac{1}{50}=\mathbf{0.02}\ 〔\mathbf{s}〕$

③　位相差　$\varphi=\frac{\pi}{12}-\left(-\frac{\pi}{12}\right)=\frac{2\pi}{12}=\boldsymbol{\frac{\pi}{6}}\ 〔\mathbf{rad}〕$

電流は電圧に対して $\frac{\pi}{6}$〔rad〕位相が遅れている。

④　ベクトル図は解図 7 に示す。



解図 7

3. 最大値　$I_m=\sqrt{2}\times100=\mathbf{141.4}$〔**A**〕

実効値　$I=I_m\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}\times100\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\mathbf{100}$〔**A**〕

平均値　$I_{av}=I_m\times\dfrac{2}{\pi}=\sqrt{2}\times100\times\dfrac{2}{\pi}=\mathbf{90}$〔**A**〕

角周波数　$\omega=\mathbf{314}$〔**rad/s**〕

周波数　$f=\dfrac{\omega}{2\pi}=\dfrac{314}{2\pi}=\mathbf{50}$〔**Hz**〕

位相　$(\omega t+\theta)=\mathbf{314}t+\boldsymbol{\dfrac{\pi}{6}}$〔**rad**〕

初位相　$\theta=\boldsymbol{\dfrac{\pi}{6}}$〔**rad**〕

4. $\omega t=\dfrac{\pi}{3}$〔rad〕のとき，$i=100\sin\dfrac{\pi}{3}=100\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\mathbf{86.6}$〔**A**〕

$\omega t=\dfrac{\pi}{2}$〔rad〕のとき，$i=100\sin\dfrac{\pi}{2}=\mathbf{100}$〔**A**〕

$\omega t=\dfrac{2\pi}{3}$〔rad〕のとき，$i=100\sin\dfrac{2\pi}{3}=100\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=50\sqrt{3}=\mathbf{86.6}$〔**A**〕

$\omega t=\dfrac{4\pi}{3}$〔rad〕のとき，$i=100\sin\dfrac{4\pi}{3}=100\times\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)=-50\sqrt{3}=\mathbf{-86.6}$〔**A**〕

5. 電流の瞬時値 i〔A〕は，次のようになる。

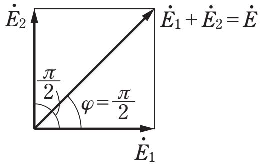
$$\boldsymbol{i=10\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{6}\right)}\ \text{〔A〕}$$

6. ①　$E_1=E_m\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}\times200\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}=200$〔V〕

$E_2=E_m\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}\times200\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}=200$〔V〕

(a)　$\boldsymbol{\dot{E}_1+\dot{E}_2=\dot{E}}$ **の場合**

$$|\dot{E}_1+\dot{E}_2|=\sqrt{E_1{}^2+E_2{}^2}=\sqrt{200^2+200^2}$$
$$=200\times\sqrt{2}=200\times1.414$$
$$=\mathbf{282.8}\ \text{〔V〕}$$



解図 8

位相差　$\varphi=\tan^{-1}\dfrac{E_2}{E_1}=\tan^{-1}\dfrac{200}{200}=\tan^{-1}1=45°$

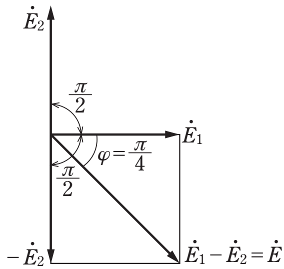
$=\boldsymbol{\dfrac{\pi}{4}}$〔**rad**〕（**進み**）

(b) $\dot{\boldsymbol{E}}_1-\dot{\boldsymbol{E}}_2=\dot{\boldsymbol{E}}'$ **の場合**

$$|\dot{E}_1-\dot{E}_2|=\sqrt{E_1{}^2+(-E_2)^2}$$
$$=\sqrt{200^2+(-200)^2}$$
$$=200\times\sqrt{2}=\mathbf{282.8}\ \text{〔V〕}$$

位相差　$\varphi=\tan^{-1}\dfrac{E_2}{E_1}=\tan^{-1}\dfrac{200}{200}=\tan^{-1}1$

$$=\boldsymbol{\frac{\pi}{4}}\ \text{〔rad〕}\ \textbf{（遅れ）}$$



解図 9

② $\dot{E}$ の瞬時式

$$e=\sqrt{2}\times200\times\sqrt{2}\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{4}\right)=\mathbf{400}\sin\left(\boldsymbol{\omega t}+\boldsymbol{\frac{\pi}{4}}\right)\ \text{〔V〕}$$

$\dot{E}'$ の瞬時式

$$e'=\sqrt{2}\times200\times\sqrt{2}\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{4}\right)=\mathbf{400}\sin\left(\boldsymbol{\omega t}-\boldsymbol{\frac{\pi}{4}}\right)\ \text{〔V〕}$$

7. 周波数 $f=50$〔Hz〕のときの誘導リアクタンス X_L〔Ω〕は，

$$X_L=\omega L=2\pi fL=2\pi\times50\times0.1=\mathbf{31.4}\ \text{〔Ω〕}$$

また，電流 I〔A〕は，

$$I=\frac{V}{X_L}=\frac{100}{31.4}=\mathbf{3.18}\ \text{〔A〕}$$

8. 自己インダクタンス L〔H〕は，式 (4・38) から，

$$X_L=\omega L=2\pi fL$$

$$\therefore\quad L=\frac{X_L}{2\pi f}=\frac{200}{2\pi\times50}=0.637\ \text{〔H〕}=\mathbf{637}\ \text{〔mH〕}$$

9.
$$I=2\pi fCV$$

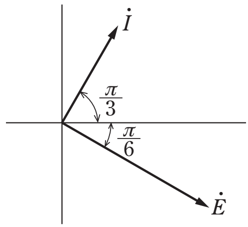
$$\therefore\quad V=\frac{I}{2\pi fC}=\frac{3.14}{2\pi\times50\times10\times10^{-6}}=\mathbf{1\,000}\ \text{〔V〕}$$

発 展 問 題

1. ① 位相差 $\varphi=\dfrac{\pi}{3}-\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{3\pi}{6}=\boldsymbol{\dfrac{\pi}{2}}$〔rad〕

② 起電力 e は $\dfrac{\pi}{6}$〔rad〕位相が遅れている。電流 i は $\dfrac{\pi}{3}$〔rad〕位相が進んでいる。

③ e，i のベクトル関係は，解図 10 のようになる。



解図 10

④　電流 $\dot{I}$ は起電力 $\dot{E}$ より $\frac{\pi}{2}$〔rad〕位相が進んでいる。

2.　(a)　$V_a=\dfrac{(1+2+3+2+1)\times 1}{5}=\dfrac{9}{5}=\mathbf{1.8}$

$$V=\sqrt{\frac{2(1^2+2^2+3^2+2^2+1^2)\times 1}{10}}=\sqrt{\frac{19}{5}}=\mathbf{1.95}$$

$$波形率=\frac{V}{V_a}=\frac{\sqrt{\frac{19}{5}}}{\frac{9}{5}}=\mathbf{1.08}$$

$$波高率=\frac{V_m}{V}=\frac{3}{\sqrt{\frac{19}{5}}}=\mathbf{1.54}$$

(b)　$V_a=\dfrac{(15+20+40+15+5)\times\frac{\pi}{5}}{\pi}=\dfrac{95}{5}=\mathbf{19}$

$$V=\sqrt{\frac{2(15^2+20^2+40^2+15^2+5^2)\times(\pi/5)}{2\pi}}$$

$$=\sqrt{\frac{15^2+20^2+40^2+15^2+5^2}{5}}=\sqrt{\frac{2\,475}{5}}=\sqrt{495}=\mathbf{22.2}$$

$$波形率=\frac{V}{V_a}=\frac{\sqrt{495}}{\frac{95}{5}}=\frac{5\sqrt{495}}{95}=\mathbf{1.17}$$

$$波高率=\frac{V_m}{V}=\frac{40}{\sqrt{495}}=\mathbf{1.80}$$

3.　①　e_1 の実効値 $E_1=E_{1m}\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times 100\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\sqrt{3}\times 100$〔V〕，初位相が

$\frac{\pi}{3}$〔rad〕であるから，$\frac{\pi}{3}$〔rad〕位相が進んでいる。

e_2 の実効値 $E_2=E_{2m}\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}\times100\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}=100$〔V〕，初位相が $-\dfrac{\pi}{6}$〔rad〕で

あるから，$\dfrac{\pi}{6}$〔rad〕位相が遅れている。

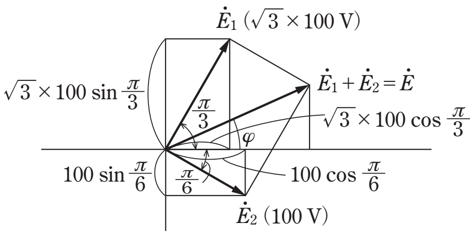
(a)　$\dot{E}_1+\dot{E}_2=\dot{E}_3$ の場合　(解図 11)

$$E=|\dot{E}|=|\dot{E}_1+\dot{E}_2|$$

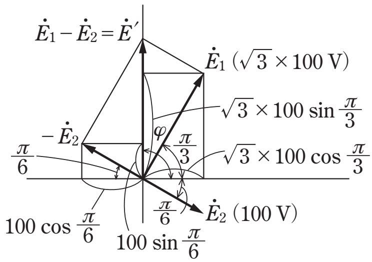
$$=\sqrt{\left(100\cos\frac{\pi}{6}+\sqrt{3}\times100\cos\frac{\pi}{3}\right)^2+\left(\sqrt{3}\times100\sin\frac{\pi}{3}-100\sin\frac{\pi}{6}\right)^2}$$

$$=\sqrt{(100\sqrt{3})^2+100^2}=\mathbf{200}\ \text{〔}\mathbf{V}\text{〕}$$

位相差　$\varphi=\tan^{-1}\dfrac{100}{100\sqrt{3}}=\tan^{-1}\dfrac{1}{\sqrt{3}}=30°=\boldsymbol{\dfrac{\pi}{6}}$ **〔rad〕（進み）**



解図 11



解図 12

(b)　$\dot{E}_1-\dot{E}_2=\dot{E}_3'$ の場合　(解図 12)

$$E'=|\dot{E}'|=|\dot{E}_1-\dot{E}_2|$$

$$=\sqrt{\left(100\cos\frac{\pi}{6}-\sqrt{3}\times100\cos\frac{\pi}{3}\right)^2+\left(\sqrt{3}\times100\sin\frac{\pi}{3}+100\sin\frac{\pi}{6}\right)^2}$$

$$=\sqrt{\left(100\times\frac{\sqrt{3}}{2}-\sqrt{3}\times100\times\frac{1}{2}\right)^2+\left(\sqrt{3}\times100\times\frac{\sqrt{3}}{2}+100\times\frac{1}{2}\right)^2}$$

$$=\sqrt{0+200^2}=\mathbf{200}\ \text{〔}\mathbf{V}\text{〕}$$

位相差　$\varphi=90°=\boldsymbol{\dfrac{\pi}{2}}$ **〔rad〕（進み）**

②　$\dot{E}$ の瞬時値を表す式 : $\boldsymbol{e=\sqrt{2}\times200\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{6}\right)}$ **〔V〕**

E' の瞬時値を表す式 : $\boldsymbol{e'=\sqrt{2}\times200\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)}$ **〔V〕**

4. ベクトル $\dot{E}_1$ と $\dot{E}_2$ は解図 13 のようになり，$|\dot{E}_1+\dot{E}_2|$ とその位相角 φ は，次のようになる。

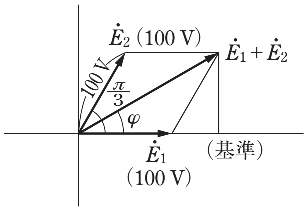
$$|\dot{E}_1+\dot{E}_2|=\sqrt{\left(E_1+E_2\cos\frac{\pi}{3}\right)^2+\left(E_2\sin\frac{\pi}{3}\right)^2}$$

$$=\sqrt{\left(100+100\times\frac{1}{2}\right)^2+\left(100\times\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$

$$=\sqrt{150^2+(50\sqrt{3})^2}=\mathbf{173}\ \text{〔}\mathbf{V}\text{〕}$$

位相差　$\varphi=\tan^{-1}\dfrac{50\sqrt{3}}{150}=\tan^{-1}\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$$=\tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}=30°=\boldsymbol{\frac{\pi}{6}}\ \text{〔}\mathbf{rad}\text{〕}$$ **（進み）**



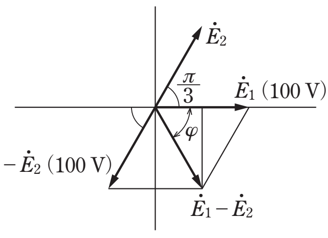
解図 13

次に，$|\dot{E}_1-\dot{E}_2|$ とその位相角 φ は，次のようになる（解図 14）。

$$|\dot{E}_1-\dot{E}_2|=\sqrt{\left(E_1-E_2\cos\frac{\pi}{3}\right)^2+\left(E_2\sin\frac{\pi}{3}\right)^2}$$

$$=\sqrt{\left(100-100\times\frac{1}{2}\right)^2+\left(100\times\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\sqrt{50^2+(50\sqrt{3})^2}=\mathbf{100}\ \text{〔}\mathbf{V}\text{〕}$$

位相差　$\varphi=\tan^{-1}\dfrac{50\sqrt{3}}{50}=\tan^{-1}\sqrt{3}=60°=\boldsymbol{\dfrac{\pi}{3}}$ 〔**rad**〕 **（遅れ）**



解図 14

5. ベクトル図は解図 15 のようになる。このベクトル図より，

$$|\dot{E}_a| = |\dot{E}_b| = |\dot{E}_c| = 200\ 〔\mathrm{V}〕$$

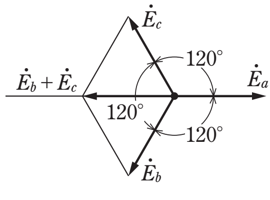
であり，かつ，

$$\dot{E}_a = -(\dot{E}_b + \dot{E}_c)$$

で示されるから，

$$\dot{\boldsymbol{E}}_a + \dot{\boldsymbol{E}}_b + \dot{\boldsymbol{E}}_c = \mathbf{0}$$

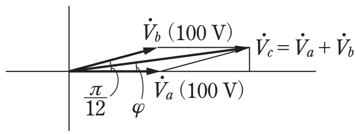
となり，互いに $\dfrac{2}{3}\pi$〔rad〕(＝120°)〕の位相差をもっているベクトルなので，それぞれの和をとれば，その和は零となる。



$\dot{E}_a+\dot{E}_b+\dot{E}_c=0$

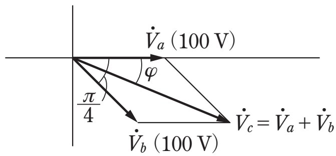
解図 15

6. ①
$$V_c = |\dot{V}_c| = \sqrt{\left(V_a + V_b\cos\frac{\pi}{12}\right)^2 + \left(V_b\sin\frac{\pi}{12}\right)^2}$$
$$= \sqrt{V_a^2 + V_b^2 + 2V_aV_b\cos\frac{\pi}{12}} = \sqrt{100^2+100^2+2\times100\times100\times0.966}$$
$$= \mathbf{198.3}\ 〔\mathbf{V}〕$$



解図 16

②
$$V_c = |\dot{V}_c| = \sqrt{100^2+100^2+2\times100\times100\times\frac{1}{\sqrt{2}}} = \mathbf{184.8}\ 〔\mathbf{V}〕$$



解図 17

チャレンジ問題

1. ① e_1 の位相$\left(\omega t-\dfrac{\pi}{10}\right)$より，$e_2$ の位相$\left(\omega t+\dfrac{\pi}{5}\right)$が大きいから，その位相差は，

$$\left(\omega t+\frac{\pi}{5}\right)-\left(\omega t-\frac{\pi}{10}\right)=\frac{\pi}{5}+\frac{\pi}{10}=\frac{3\pi}{10}\ \text{〔rad〕}$$

したがって，**e_2 の位相が e_1 の位相より $\dfrac{3\pi}{10}$〔rad〕進んでいる。**

②
$$i_2=10\cos\left(\omega t-\frac{\pi}{6}\right)=10\sin\left\{\left(\omega t-\frac{\pi}{6}\right)+\frac{\pi}{2}\right\}=10\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{3}\right)$$

よって，i_1 の位相$\left(\omega t+\dfrac{\pi}{6}\right)$より i_2 の位相$\left(\omega t+\dfrac{\pi}{3}\right)$が大きいから，その位相差は，

$$\left(\omega t+\frac{\pi}{3}\right)-\left(\omega t+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}\ \text{〔rad〕}$$

したがって，**i_2 の位相が i_1 の位相より $\dfrac{\pi}{6}$〔rad〕進んでいる。**

2. 図 4・45 からもわかるように，二等辺の三角波であるから，正波，負波ともに頂点の左右が対称である。したがって，$\varphi=0$ から $\dfrac{\pi}{2}$ までの区間で考えればよい。

その区間では，

$$i=\frac{2I_m}{\pi}\varphi$$

で示されるから，$\varphi=0$ から $\dfrac{\pi}{2}$ までの区間を 5 等分して，平均値 I_a を求めれば，

$$I_a=\frac{2\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{9}+\frac{1}{8}+\frac{1}{7}+\frac{1}{6}\right)I_m\times\frac{\pi}{10}\times\frac{1}{2}}{\frac{\pi}{2}}=0.51I_m\fallingdotseq\frac{I_m}{2}=\frac{30}{2}=\mathbf{15}\ \text{〔A〕}$$

次に，その実効値 I は，

$$I=\sqrt{\frac{2^2\left\{\left(\frac{1}{10}\right)^2+\left(\frac{1}{9}\right)^2+\left(\frac{1}{8}\right)^3+\left(\frac{1}{7}\right)^2+\left(\frac{1}{6}\right)^2\right\}I_m{}^2\times\left(\frac{\pi}{10}\times\frac{1}{2}\right)}{\frac{\pi}{2}}}\fallingdotseq\frac{I_m}{\sqrt{3}}$$

$$=\frac{30}{\sqrt{3}}=\mathbf{17.3}\ \text{〔A〕}$$

また，波形率および波高率は，次のようになる。

$$波形率=\frac{I}{I_a}=\frac{\dfrac{30}{\sqrt{3}}}{\dfrac{30}{2}}=\frac{2}{\sqrt{3}}=\mathbf{1.155}$$

$$波高率=\frac{I_m}{I}=\frac{30}{\dfrac{30}{\sqrt{3}}}=\sqrt{3}=\mathbf{1.732}$$

3. 図 4･46 より，このような波形の電流の平均値 I_a は，最大値を I_m とすれば，

$$I_a=\frac{I_m t'}{2t'}=\frac{I_m}{2}=15\ 〔\mathrm{A}〕$$

で示されるから，これより，

$$I_m=15\times2=30\ 〔\mathrm{A}〕$$

次に，実効値 I も $2t'$ 間について，瞬時値の 2 乗の平均の平方根を求めればよいから，

$$I=\sqrt{\frac{I_m{}^2 t'}{2t'}}=\sqrt{\frac{I_m{}^2}{2}}=\frac{I_m}{\sqrt{2}}=\frac{30}{\sqrt{2}}=15\sqrt{2}\fallingdotseq\mathbf{21.2}\ 〔\mathbf{A}〕$$

4. 図 4･47 で $\dot{E}_2$ と $\dot{E}_1$ の余弦定理から，$|\dot{E}_0|=E_0$ は，次のようになる。

$$|\dot{E}_0|=E_0=\sqrt{E_1{}^2+E_2{}^2-2E_1E_2\cos\frac{\pi}{3}}$$

$$=\sqrt{200^2+150^2-2\times200\times150\times\frac{1}{2}}=180.3\fallingdotseq\mathbf{180}\ 〔\mathbf{V}〕$$

また，位相差 φ' は，

$$\varphi'=\tan^{-1}\frac{E_2\sin\dfrac{\pi}{3}}{E_1-E_2\cos\dfrac{\pi}{3}}=\tan^{-1}\frac{150\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}}{200-150\times\dfrac{1}{2}}=\tan^{-1}\frac{75\sqrt{3}}{125}$$

$$=\tan^{-1}1.04=\mathbf{46.1°}=\mathbf{46°6'}=\frac{\mathbf{46.1}}{\mathbf{180}}\boldsymbol{\pi}\ 〔\mathbf{rad}〕\ (\textbf{遅れ})$$

5. 25 Hz，および50 Hz のとき誘導リアクタンスをそれぞれ X_{L25}，X_{L50}〔Ω〕とすれば，

$$X_{L25}=\frac{V}{I}=\frac{120}{5}=24\ 〔\Omega〕$$

次に，誘導リアクタンスは周波数に比例する $(X=2\pi fL)$ から，

$$X_{L50}=\frac{50}{25}X_{L25}=\frac{50}{25}\times24=48\ 〔\Omega〕$$

したがって，求める電流 I'〔A〕は，

$$I'=\frac{120}{48}=\mathbf{2.5}\ \text{〔}\mathbf{A}\text{〕}$$

次に，自己インダクタンスは，$X_{L50}=2\pi f_{50}L$ であるから，

$$L=\frac{X_{L50}}{2\pi f_{50}}=\frac{48}{2\pi\times50}=0.153\text{〔H〕}=\mathbf{153}\ \text{〔}\mathbf{mH}\text{〕}$$

6. 容量リアクタンス X_c は，

$$X_c=\frac{V}{I}=\frac{200}{50}=4\ \text{〔}\Omega\text{〕}$$

また，$X_c=\dfrac{1}{2\pi fC}$ より，

$$C=\frac{1}{2\pi fX_c}=\frac{1}{2\pi\times50\times4}=7.96\times10^{-4}\text{〔F〕}=\mathbf{796}\ \text{〔}\boldsymbol{\mu}\mathbf{F}\text{〕}$$

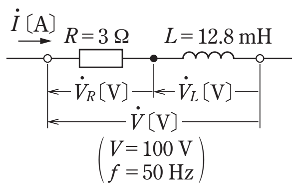
第5章　交流回路の電圧・電流・電力

問

5・1　直列回路

問1　誘導リアクタンス X_L〔Ω〕は，

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi \times 50 \times 12.8 \times 10^{-3}$$
$$= \mathbf{4}\ 〔\Omega〕$$



解図1

インピーダンス Z〔Ω〕は，式(5・7)から，

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L{}^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25}$$
$$= \mathbf{5}\ 〔\Omega〕$$

電流 I〔A〕は，式(5・8)から，

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{100}{5} = \mathbf{20}\ 〔\mathrm{A}〕$$

R の端子電圧 V_R〔V〕は，式(5・1)から，

$$V_R = RI = 3 \times 20 = \mathbf{60}\ 〔\mathrm{V}〕$$

L の端子電圧 V_L〔V〕は，式(5・2)から，

$$V_L = X_L I = 4 \times 20 = \mathbf{80}\ 〔\mathrm{V}〕$$

位相差 θ は，式(5・6)から，

$$\theta = \tan^{-1}\frac{V_L}{V_R} = \tan^{-1}\frac{80}{60} = \tan^{-1} 1.33 \fallingdotseq \mathbf{53°}$$

また，$\cos\theta$，$\sin\theta$は，

$$\cos\theta = \frac{R}{Z} = \frac{3}{5} = \mathbf{0.6} \qquad \sin\theta = \frac{X_L}{Z} = \frac{4}{5} = \mathbf{0.8}$$

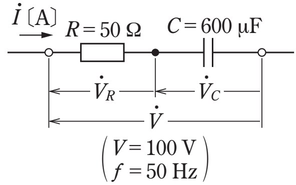
問2　容量リアクタンス X_C〔Ω〕は，

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi \times 50 \times 600 \times 10^{-6}} = 5.3\ 〔\Omega〕$$

したがって，電流 I〔A〕は，式(5·10)から，

$$I=\frac{V}{\sqrt{R^2+\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}}=\frac{100}{\sqrt{50^2+5.3^2}}=\frac{100}{50.28}$$

$$=\mathbf{1.99}\ 〔\mathrm{A}〕$$



解図 2

位相差 θ は，式(5·12)から，

$$\theta=\tan^{-1}\frac{\frac{1}{\omega C}}{R}=\tan^{-1}\frac{5.3}{50}$$

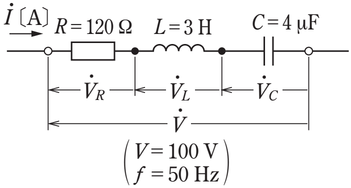
$$=\tan^{-1}0.106=6.7°=\mathbf{6°43'}$$

問 3　回路のリアクタンス X_L，X_C〔Ω〕は，

$$X_L=2\pi fL=2\pi\times 50\times 3=942\ 〔\Omega〕$$

$$X_C=\frac{1}{\omega C}=\frac{1}{2\pi fC}$$

$$=\frac{1}{2\pi\times 50\times 4\times 10^{-6}}=796\ 〔\Omega〕$$



解図 3

したがって，$X_L>X_C$ となるので，回路は**誘導性**である。

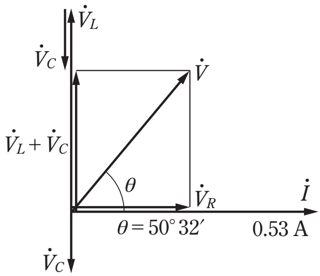
電流 I〔A〕は，式(5·14)から，

$$I=\frac{V}{\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}}=\frac{100}{\sqrt{120^2+(942-796)^2}}=\frac{100}{189}=\mathbf{0.529}\ 〔\mathrm{A}〕$$

位相差 θ は，式(5·16)から，

$$\theta=\tan^{-1}\frac{X_L-X_C}{R}=\tan^{-1}\frac{146}{120}=\tan^{-1}1.217=50.58°=\mathbf{50°35'}$$

問 4　ベクトル図は，解図 4 のようになる。



解図 4

5·2　並列回路

問 1　電流 I_R，I_L〔A〕は，式 (5·17)～(5·18) から，

$$I_R=\frac{V}{R}=\frac{120}{30}=\mathbf{4}\ 〔\mathrm{A}〕$$

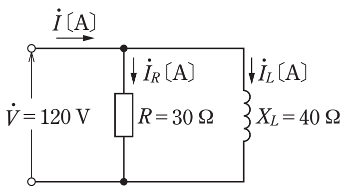
$$I_L=\frac{V}{X_L}=\frac{120}{40}=\mathbf{3}\ 〔\mathrm{A}〕$$

したがって，全電流 I〔A〕は，式 (5·19) から，

$$I=\sqrt{I_R{}^2+I_L{}^2}=\sqrt{4^2+3^2}=\mathbf{5}\ 〔\mathrm{A}〕$$

インピーダンス Z〔Ω〕は，式 (5·20) から，

$$Z=\frac{V}{I}=\frac{120}{5}=\mathbf{24}\ 〔\Omega〕$$



解図 5

問 2　電流 I_R，I_C〔A〕は，式 (5·22)～(5·23) から，

$$I_R=\frac{V}{R}=\frac{120}{3}=\mathbf{40}\ 〔\mathrm{A}〕$$

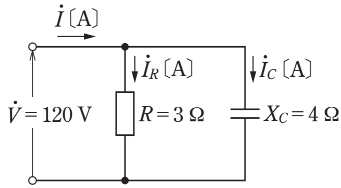
$$I_C=\frac{V}{X_C}=\frac{100}{4}=\mathbf{30}\ 〔\mathrm{A}〕$$

したがって，全電流 I〔A〕は，式 (5·24) から，

$$I=\sqrt{I_R{}^2+I_C{}^2}=\sqrt{40^2+30^2}=\mathbf{50}\ 〔\mathrm{A}〕$$

インピーダンス Z〔Ω〕は，式 (5·25) から，

$$Z=\frac{V}{I}=\frac{120}{50}=\mathbf{2.4}\ 〔\Omega〕$$



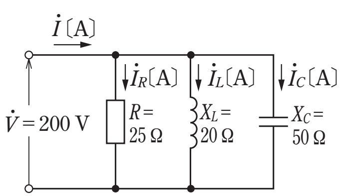
解図 6

問 3　電流 I_R，I_L，I_C〔A〕は，式 (5·27) から，

$$I_R=\frac{V}{I}=\frac{200}{25}=8\ 〔\mathrm{A}〕$$

$$I_L=\frac{V}{X_L}=\frac{200}{20}=10\ 〔\mathrm{A}〕$$

$$I_C=\frac{V}{X_C}=\frac{200}{50}=4\ 〔\mathrm{A}〕$$



解図 7

したがって，全電流 I〔A〕は，式 (5·28) から（ただし，$\dfrac{1}{X_L}>\dfrac{1}{X_C}$ であるから，

回路は誘導性である)。

$$I=\sqrt{I_R{}^2+(I_L-I_C)^2}=\sqrt{8^2+(10-4)^4}=\mathbf{10}\ [\mathrm{A}]$$

インピーダンス Z〔Ω〕は，式(5･29)から，

$$Z=\frac{V}{I}=\frac{200}{10}=\mathbf{20}\ [\Omega]$$

5･3 交流の電力

問1 力率 $\cos\theta$〔%〕は，式(5･3)から，

$$\cos\theta=\frac{P}{VI}\times100=\frac{1.6\times10^3}{100\times20}\times100=\mathbf{80}\ [\%]$$

復習問題

基本問題

1. ① 負荷のインピーダンス Z〔Ω〕は，

$$Z=\frac{V}{I}=\frac{\dfrac{141}{\sqrt{2}}}{\dfrac{2.82}{\sqrt{2}}}=\mathbf{50}\ [\Omega]$$

i は v より $\dfrac{\pi}{6}$〔rad〕位相が遅れるので，負荷は**誘導性**である。

② 抵抗 R〔Ω〕は，

$$R=Z\cos\frac{\pi}{6}=50\times\frac{\sqrt{3}}{2}=25\sqrt{3}=\mathbf{43.3}\ [\Omega]$$

2. このコイルのインピーダンス Z〔Ω〕は，

$$Z=\sqrt{R^2+(2\pi fL)^2}=\sqrt{2^2+(2\pi\times50\times20\times10^{-3})^2}\fallingdotseq\sqrt{43.5}=6.6\ [\Omega]$$

したがって，電流 I〔A〕は，

$$I=\frac{V}{Z}=\frac{100}{6.6}=\mathbf{15.2}\ [\mathrm{A}]$$

3. 合成インピーダンス Z〔Ω〕は，

$$Z=\sqrt{R^2+\left(\frac{1}{2\pi fC}\right)^2}=\sqrt{8^2+\left(\frac{1}{2\pi\times50\times12\times10^{-6}}\right)^2}=\sqrt{8^2+265^2}=265\ [\Omega]$$

したがって，電流 I〔A〕は，

$$I=\frac{V}{Z}=\frac{100}{265}=\mathbf{0.377}\ [\mathrm{A}]$$

4. 回路のインピーダンス Z〔Ω〕は，

$$Z=\frac{V}{I}=\frac{10}{100\times10^{-3}}=\mathbf{100}\ [\Omega]$$

次に，題意から，

$$X_C=\frac{V_C}{I}=\frac{10}{100\times10^{-3}}=100\ [\Omega]$$

また，L と C の合成リアクタンス X〔Ω〕は，

$$Z^2=R^2+X^2 \qquad \therefore \quad X=\sqrt{Z^2-R^2}=\sqrt{100^2-60^2}=\mathbf{80}\ [\Omega]$$

したがって，L の誘導リアクタンス X_L〔Ω〕は，

$$X_L=X+X_C=80+100=180\ [\Omega]$$

ゆえに，求める回路のインダクタンス L〔H〕は，

$$L=\frac{X_L}{2\pi f}=\frac{180}{2\pi\times10^3}=28.6\times10^{-3}\ [\mathrm{H}]=\mathbf{28.6}\ [\mathrm{mH}]$$

5. コイルの抵抗 R〔Ω〕は，

$$R=\frac{V_P}{I_P}=\frac{50}{12.5}=\mathbf{4}\ [\Omega]$$

次に，コイルのインピーダンス Z〔Ω〕は，

$$Z=\frac{V}{I}=\frac{100}{20}=\mathbf{5}\ [\Omega]$$

であるから，コイルのリアクタンス X_L〔Ω〕は，

$$X_L=\sqrt{Z^2-R^2}=\sqrt{5^2-4^2}=\mathbf{3}\ [\Omega]$$

6. i の実効値 I〔A〕は，

$$I=I_m\times\frac{1}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}\times10\times\frac{1}{\sqrt{2}}=10\ [\mathrm{A}]$$

したがって，電力 P〔W〕は，

$$P=RI^2=15\times10^2=1\,500\ [\mathrm{W}]=\mathbf{1.5}\ [\mathrm{kW}]$$

7. 回路のインピーダンス Z〔Ω〕は，

$$Z=\frac{V}{I}=\frac{200}{10}=20\ [\Omega]$$

一方，この回路の合成インピーダンス Z [Ω] は，

$$Z=\sqrt{R^2+X^2}$$

であるから，両者が等しいとおいて，

$$20=\sqrt{R^2+X^2} \qquad \therefore \quad X=\sqrt{20^2-12^2}=\mathbf{16}\ [\Omega]$$

8. 回路の皮相電力 P_s [V·A]，力率 $\cos\theta$，無効電力 P_q [var] は，

$$P_s=VI=200\times 0.35=\mathbf{70}\ [\mathbf{V\cdot A}]$$

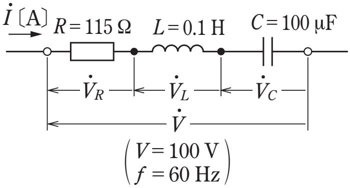
$$\cos\theta=\frac{P}{VI}=\frac{25}{200\times 0.35}=\mathbf{0.357}\quad (\mathbf{35.7\%})$$

$$P_q=VI\sin\theta=70\sqrt{1-\cos^2\theta}=70\sqrt{1-0.357^2}=70\times 0.934=\mathbf{65.4}\ [\mathbf{var}]$$

発 展 問 題

1. $$X_L=2\pi fL=2\pi\times 60\times 0.1=37.70\ [\Omega]$$

$$X_C=\frac{1}{2\pi fC}=\frac{1}{2\pi\times 60\times 100\times 10^{-6}}=26.53\ [\Omega]$$



解図 8

したがって，電流 I [A] は，

$$I=\frac{V}{Z}=\frac{V}{\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}}$$

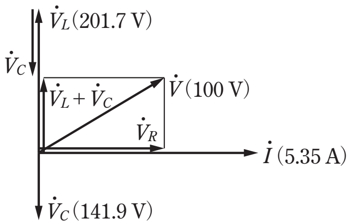
$$=\frac{100}{\sqrt{15^2+(37.70-26.53)^2}}=\mathbf{5.35}\ [\mathbf{A}]$$

L と C の各端子電圧を V_L [V]，V_C [V] とすれば，

$$V_L=X_LI=37.70\times 5.35=\mathbf{201.7}\ [\mathbf{V}]$$

$$V_C=X_CI=26.53\times 5.35=\mathbf{141.9}\ [\mathbf{V}]$$

ベクトル図は，解図 9 のようになる。

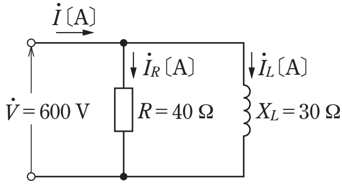


解図 9

2.　R–L の並列回路の合成インピーダンス Z〔Ω〕は，

$$Z=\frac{R\times X_L}{\sqrt{R^2+X_L{}^2}}=\frac{40\times 30}{\sqrt{40^2+30^2}}$$

$$=\frac{1\,200}{50}=\mathbf{24}\text{〔Ω〕}$$



解図 10

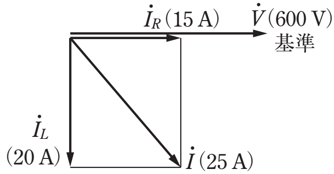
解図 10 のように，回路全電流を $\dot{I}$〔A〕，R，L に流れる電流を $\dot{I}_R$〔A〕，$\dot{I}_L$〔A〕とし，それぞれの大きさを I，I_R，I_L〔A〕とすれば，

$$I=\frac{V}{Z}=\frac{600}{24}=\mathbf{25}\text{〔A〕}$$

$$I_R=\frac{V}{R}=\frac{600}{40}=\mathbf{15}\text{〔A〕}$$

$$I_L=\frac{V}{X_L}=\frac{600}{30}=\mathbf{20}\text{〔A〕}$$

並列回路であるから，電圧 $\dot{V}$ を基準にとって，ベクトル図を書けば，解図 11 のようになる。



解図 11

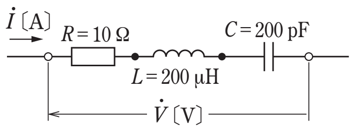
3.　R–L–C の直列回路の全電流 I〔A〕は，

$$I=\frac{V}{\sqrt{R^2+\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)^2}}\text{〔A〕}$$

電流 I が最大になるためには，上式の分母が最小になればよい。したがって，

$$\omega L-\frac{1}{\omega C}=0$$

$$\therefore\quad \omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}$$



解図 12

$$\therefore\quad f_r=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=\frac{1}{2\pi\times\sqrt{200\times 10^{-6}\times 200\times 10^{-12}}}=\frac{1}{2\pi\times 200\times 10^{-9}}$$

$$=796\times 10^3\text{〔Hz〕}=\mathbf{796}\text{〔}\mathbf{kHz}\text{〕}$$

4.　R，L，C の各回路に流れる電流の大きさをそれぞれ I_R，I_L，I_C〔A〕とすれば，

$$I_R=\frac{V}{R}=\frac{120}{6}=20\text{〔A〕}$$

$$I_L=\frac{V}{X_L}=\frac{V}{\omega L}=\frac{V}{2\pi fL}=\frac{120}{2\pi\times 50\times 50.9\times 10^{-3}}=7.5\ \text{〔A〕}$$

$$I_C=\frac{V}{X_C}=\frac{V}{\dfrac{1}{\omega C}}=\omega CV=2\pi fCV=2\pi\times 50\times 265\times 10^{-6}\times 120=9.99\ \text{〔A〕}$$

また，回路全電流 I〔A〕は，

$$I=\sqrt{I_R{}^2+(I_C-I_L)^2}=\sqrt{20^2+(9.99-7.50)^2}=\mathbf{20.2}\ \text{〔A〕}$$

力率 $\cos\theta$ は，

$$\cos\theta=\frac{I_R}{I}=\frac{20}{20.2}=\mathbf{0.99}\quad(\mathbf{99\%})$$

電力 P〔W〕は，

$$P=RI_R{}^2=6\times 20^2=2\,400\ \text{〔W〕}=\mathbf{2.4}\ \text{〔kW〕}$$

5. a 端子を抵抗側に接続したときの回路電流 I〔A〕は，

$$I=\frac{210}{R+80}$$

一方，題意より，

$$80I=120\qquad\therefore\quad I=\frac{120}{80}=1.5\ \text{〔A〕}$$

これを上式に代入すれば，

$$1.5=\frac{210}{R+80}\qquad\therefore\quad R=\frac{210}{1.5}-80=60\ \text{〔}\Omega\text{〕}$$

次に，a 端子を誘導リアクタンス側に接続したときの回路電流 I'〔A〕は，

$$I'=\frac{210}{Z}=\frac{210}{\sqrt{60^2+80^2}}=\frac{210}{100}=2.1\ \text{〔A〕}$$

したがって，端子 ab 間の電圧 V_{ab}〔V〕は，

$$V_{ab}=X_LI'=80\times 2.1=\mathbf{168}\ \text{〔V〕}$$

6. 電流の実効値 I〔A〕は，

$$I=\frac{I_m}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}\times 10\times 10^{-3}}{\sqrt{2}}=10\times 10^{-3}\ \text{〔A〕}\qquad(1)$$

次に，この電流がコンデンサに流れたときの無効電力 P_q〔var〕は，

$$P_q=VI\sin\theta\qquad(2)$$

ここに，$\sin\theta=1$，$V=I/\omega C$ であるから，これを式(2)に代入すれば，

$$P_q=\frac{I^2}{\omega C}=\frac{I^2}{2\pi fC}$$

を得る。これに式(1)を代入すれば，

$$P_q=\frac{(10\times10^{-3})^2}{2\pi\times1\times0.05\times10^{-6}}=\mathbf{0.318}\ \text{〔}\mathbf{var}\text{〕}$$

7. コイルの力率 $\cos\theta$ は，

$$\cos\theta=\frac{R}{Z}=\frac{20}{45}=\mathbf{0.444}\quad(\mathbf{44.4\%})$$

8.

$$P_s=VI\qquad\therefore\quad I=\frac{P_s}{V}=\frac{2\,000}{100}=20\ \text{〔A〕}$$

$$P=RI^2\qquad\therefore\quad R=\frac{P}{I^2}=\frac{1.6\times10^3}{20^2}=\mathbf{4}\ \text{〔}\Omega\text{〕}$$

$$\cos\theta=\frac{P}{P_s}=\frac{1\,600}{2\,000}=0.8$$

$$\sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}=\sqrt{1-0.8^2}=0.6$$

$$\therefore\quad\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{0.6}{0.8}=0.75$$

したがって，$\tan\theta=\dfrac{X}{R}$ であるから，

$$\therefore\quad X=R\tan\theta=4\times0.75=\mathbf{3}\ \text{〔}\Omega\text{〕}$$

9. 直列回路のインピーダンス三角形から，

$$\cos\theta=\frac{R}{Z}$$

$$\therefore\quad Z=\frac{R}{\cos\theta}=\frac{16}{0.8}=20\ \text{〔}\Omega\text{〕}$$

また，回路のインピーダンス Z〔Ω〕は，

$$Z=\sqrt{R^2+X^2}\qquad\therefore\quad X=\sqrt{Z^2-R^2}=\sqrt{20^2-16^2}=\mathbf{12}\ \text{〔}\Omega\text{〕}$$

この回路に $V=100$〔V〕の電圧を加えたときの皮相電力 P_s〔V·A〕，電力 P〔W〕，無効電力 P_q〔var〕のそれぞれの値は，

$$I=\frac{V}{Z}=\frac{100}{20}=5\ \text{〔A〕}$$

$$P_s=V\cdot I=100\times5=\mathbf{500}\ \text{〔}\mathbf{V\cdot A}\text{〕}$$

$$P=V\cdot I\cos\theta=100\times5\times0.8=\mathbf{400}\ \text{〔}\mathbf{W}\text{〕}$$

$$P_q=V\cdot I\sin\theta=100\times5\times0.6=\mathbf{300}\ \text{〔}\mathbf{var}\text{〕}$$

$$(\because\quad\sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}=\sqrt{1-0.8^2}=0.6)$$

10. 無効電力 P_q〔kvar〕は，式 (5･40) から，

$$P_s=\sqrt{P^2+P_q{}^2}$$

$$\therefore\quad P_q=\sqrt{P_s{}^2-P^2}=\sqrt{1^2-0.8^2}=\sqrt{0.36}=\mathbf{0.6}\ \text{〔}\mathbf{kvar}\text{〕}$$

また，力率 $\cos\theta$ は，式 (5･41) から，

$$\cos\theta=\frac{P}{P_s}=\frac{0.8}{1}=\mathbf{0.8}$$

11. 回路の電力 P〔W〕は，

$$P=VI\cos\theta$$

$$\therefore\quad V=\frac{P}{I\cos\theta}=\frac{1.2\times10^3}{10\times0.8}=150\ \text{〔V〕}$$

したがって，回路のインピーダンス Z〔Ω〕，抵抗 R〔Ω〕，リアクタンス X〔Ω〕は，

$$Z=\frac{V}{I}=\frac{150}{10}=\mathbf{15}\ \text{〔Ω〕}$$

$$R=Z\cos\theta=15\times0.8=\mathbf{12}\ \text{〔Ω〕}$$

$$X=Z\sin\theta=Z(\sqrt{1-\cos^2\theta})=15\times\sqrt{1-0.8^2}=15\times0.6=\mathbf{9}\ \text{〔Ω〕}$$

12. ① $I_C=\dfrac{V}{X_C}=\dfrac{60}{15}=\mathbf{4}$〔**A**〕

② $\dot{I}=\dot{I}_R+\dot{I}_C$ から，　$I=\sqrt{I_R{}^2+I_C{}^2}=\sqrt{\left(\dfrac{60}{20}\right)^2+4^2}=\mathbf{5}$〔**A**〕

③ $\cos\varphi=\dfrac{I_R}{\sqrt{I_R{}^2+I_C{}^2}}=\dfrac{3}{5}=\mathbf{0.6}$

④ $P=RI_R{}^2=20\times3^2=\mathbf{180}$〔**W**〕　$\left(\because\ \text{あるいは}\ P=\dfrac{V^2}{R}=\dfrac{60^2}{20}=180\ \text{〔W〕}\right)$

チャレンジ問題

1. コイルの抵抗を R〔Ω〕として，周波数が 25 Hz および 50 Hz のときのリアクタンス，インピーダンスをそれぞれ X_{L25}，Z_{25} および X_{L50}，Z_{50} とすれば，

$$Z_{25}=\frac{100}{25}=4=\sqrt{R^2+X_{L25}{}^2}\ \text{より}\ 4^2=R^2+X_{L25}{}^2 \tag{1}$$

$$Z_{50}=\frac{100}{20}=5=\sqrt{R^2+X_{L50}{}^2}\ \text{より}\ 5^2=R^2+X_{L50}{}^2 \tag{2}$$

式(2)－式(1)から，

$$X_{L50}{}^2-X_{L25}{}^2=9 \tag{3}$$

リアクタンスは周波数に比例するから，

$$X_{L50}=2X_{L25} \tag{4}$$

式(4)を式(3)に代入すれば，

$$4X_{L25}{}^2-X_{L25}{}^2=9 \qquad \therefore \quad X_{L25}{}^2=\frac{9}{3}=3 \qquad \therefore \quad X_{L25}=\sqrt{3}$$

よって，

$$L=\frac{X_{L25}}{2\pi f}=\frac{\sqrt{3}}{2\pi\times 25}=\mathbf{0.011}\ [\mathrm{H}]=\mathbf{11}\ [\mathrm{mH}]$$

$$R=\sqrt{Z_{25}{}^2-X_{L25}{}^2}=\sqrt{4^2-(\sqrt{3})^2}=\sqrt{13}=\mathbf{3.6}\ [\Omega]$$

2. この回路に加えた一定電圧を V〔V〕，電流を I〔A〕，消費電力を P〔W〕とすれば，

$$I=\frac{V}{\sqrt{R^2+X^2}}$$

ただし，$X=X_L-X_C=2\pi fL-\dfrac{1}{2\pi fC}$

また，

$$P=RI^2=R\left(\frac{V}{\sqrt{R^2+X^2}}\right)^2=\frac{RV^2}{R^2+X^2}=\frac{V^2}{R+\dfrac{X^2}{R}}$$

上式で $R+(X^2/R)$ が最小となればよい。そこで，最小の定理により，２数の積が一定となるとき，その２数が等しいとき最小の値となるから，電力は最大となる。すなわち，

$$R\times\frac{X^2}{R}=\text{一定}, \qquad R=\frac{X^2}{R}\ \text{より，}\ R^2=X^2$$

よって，

$$R=X=2\pi fL-\frac{1}{2\pi fC}$$

R の値が上式のとき消費電力が最大の値となる。

3. 解図 13 は各電圧のベクトル関係を示す。これより，

$$V^2=V_R{}^2+V_Z{}^2+2V_R\cdot V_Z\cos\varphi'$$

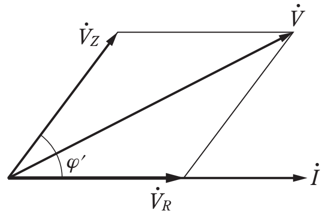
$$\therefore \quad \cos\varphi'=\frac{V^2-V_R{}^2-V_Z{}^2}{2V_R\cdot V_Z}=\frac{40^2-22^2-26^2}{2\times 22\times 26}=\frac{440}{1144}=\frac{5}{13}$$

この回路に流れている電流 I〔A〕は，

$$I=\frac{22}{11}=2\ 〔\mathrm{A}〕$$

未知インピーダンス Z〔Ω〕は，

$$Z=\frac{V_Z}{I}=\frac{26}{2}=13\ 〔\Omega〕$$



解図 13

未知インピーダンスの抵抗を R〔Ω〕，リアクタンスを X〔Ω〕とすれば，

$$R=Z\cos\varphi'=13\times\frac{5}{13}=\mathbf{5}\ 〔\Omega〕,\qquad X=\sqrt{Z^2-R^2}=\sqrt{13^2-5^2}=\mathbf{12}\ 〔\Omega〕$$

4. 60 Hz および 100 Hz のとき印加電圧によって，コンデンサに流れる電流を，それぞれ I_C〔A〕，I_C'〔A〕とすれば，

$$I_C=\frac{V}{\dfrac{1}{2\pi f_{60}C}}=2\pi f_{60}CV=2\pi\times 60\times CV \qquad (1)$$

$$I_C'=\frac{V}{\dfrac{1}{2\pi f_{100}C}}=2\pi\times 100\times CV \qquad (2)$$

式(1)÷式(2)より，

$$\frac{I_C}{I_C'}=\frac{60}{100}=\frac{3}{5}\qquad \therefore\quad I_C'=\frac{5}{3}I_C \qquad (3)$$

したがって，60 Hz および 100 Hz のときの回路に流れる全電流を，それぞれ I_0〔A〕，I_0'〔A〕とし，抵抗 R〔Ω〕に流れる電流を I〔A〕とすれば，$\dot{I}_R$ より $\dot{I}_C$ および $\dot{I}_C'$ は $\dfrac{\pi}{2}$〔rad〕位相が進んでいるから，

$$I_0^2=I_R^2+I_C^2=0.0016 \qquad (4)$$

$$I_0'^2=I_R^2+I_C'^2=0.0025 \qquad (5)$$

式(5)－式(4)から，

$$I_C'^2-I_C^2=0.0009 \qquad (6)$$

式(3)を式(6)に代入すれば，

$$\left(\frac{5}{3}I_C\right)^2-I_C^2=0.0009\qquad \therefore\quad \frac{4}{3}I_C=0.03\qquad \therefore\quad I_C=\frac{0.09}{4}$$

また，$I_C=2\pi f_{60}CV$ より，

$$\frac{0.09}{4}=2\pi\times60\times C\times100$$

これより，C の値を求めればよい。

$$C=\frac{1}{2\pi\times60\times100}\times\frac{0.09}{4}=0.597\times10^{-6}\,[\mathrm{F}]\fallingdotseq\mathbf{0.6\,[\mu F]}$$

5. 図 5･32 より，スイッチ S を入れる前の力率 $\cos\theta$ は，

$$\cos\theta=\frac{P}{VI_R}=\frac{1\,200}{200\times10}=0.6$$

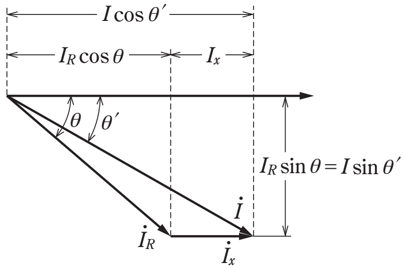
次に，スイッチ S を閉じた時の力率 $\cos\theta'$ は，題意から，

$$\cos\theta'=0.9$$

また，$\dot{I}=\dot{I}_R+\dot{I}_x$ の関係から，解図14 のようなベクトル図がかける。これより，

$$I\sin\theta'=I_R\sin\theta$$

$$\therefore\quad I=\frac{I_R\sin\theta}{\sin\theta'}=\frac{10\times0.8}{0.436}=18.35\,[\mathrm{A}]$$



解図 14

また，ベクトル図から，

$$I_R\cos\theta+I_x=I\cos\theta'$$

$$\therefore\quad I_x=I\cos\theta'-I_R\cos\theta$$

$$=18.35\times0.9-10\times0.6=10.5\,[\mathrm{A}]$$

したがって，

$$R_x=\frac{V}{I_x}=\frac{200}{10.5}=\mathbf{19.05\,[\Omega]}$$