解答例

ここでは、複素表現における $\dot{}$ を省略している。

第 2 章

(1) 電圧、電流を複素表現すると

$V = 10kV \quad I = 20\angle\frac{\pi}{12}\ A$

よって、

$S = VI^* = 10x20e^{-\frac{\pi}{12}} = 200\left(cos\frac{\pi}{12} - jsin\frac{\pi}{12}\right) = 193\ kW - j51.8\ kVar$

有効電力　193kW　 無効電力　-51.8kVar

(2) Z= $5 + j3\ \Omega$　V= $35\ kV$ より、

$S = VI^* = V\ \left(\frac{V}{Z}\right)^* = \frac{35^2}{5 - j3} = 180MW + j108\ MVar$

よって、皮相電力$|S| = \sqrt{180^2 + 108^2}$=210 MVA

(3) 相電圧は 300/√3 kV

単相の複素電力は　20 MW +j 5 MVar

よって、線電流 I=$\left(\frac{S}{V}\right)^* = \frac{20-j5}{300/\sqrt{3}} = 0.115 - j0.0289\ \ kA = 115 - j28.9\ \ A$

(4) 基準電流=$\frac{100\ MVA}{100kV} = 1kA = 1000A$

基準インピーダンス=$\frac{100\ kV}{1\ kA}$ ＝100Ω

(5) 電圧=$\frac{105\ kV}{100\ kV} = 1.05\ pu$

電流=$\frac{3.5\ kA}{1\ kA} = 3.5\ pu$

インピーダンス=$\frac{1.25+j\ 45.7\ \Omega}{100\Omega} = 0.0125 + j0.457\ pu$

(6) 相電圧$V = \frac{60}{\sqrt{3}}\ kV$

1 相あたりの負荷電流

$$I = \frac{60/\sqrt{3}}{30 + j10}kA$$

よって、１相あたりの複素電力

$S_\Phi = VI^* = \dfrac{60}{\sqrt{3}} \times \dfrac{60/\sqrt{3}}{30 - j10} MVA = 36.0 + j12.0\ MVA$

３相の負荷電力は$S_{3\Phi} = 3S_\Phi = 108 + j36\ .0 MVA$　有効電力 108MW, 無効電力 36.0MVar

皮相電力$= \sqrt{108^2 + 36.0^2} = 114\ MVA$

(7) Y 結線（インピーダンス Z_A, Z_B, Z_C）と Δ 結線(インピーダンス Z_1, Z_2, Z_3)の間のインピーダンスの関係は

$$Z_1 = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A}{Z_C}$$
$$Z_2 = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A}{Z_A}$$
$$Z_3 = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A}{Z_B}$$

となる。

$Z_A = Z_B = Z/2 \quad Z_C = 3/Y$

より

$$Z_1 = \frac{Z^2/4 + Z/2\ 3/Y + Z/2\ 3/Y}{3/Y} = \frac{YZ^2}{12} + Z = \left(1 + \frac{YZ}{12}\right) Z$$
$$Z_2 = Z_3 = \frac{Z^2/4 + Z/2\ 3/Y + Z/2\ 3/Y}{Z/2} = \frac{Z}{2} + \frac{6}{Y}$$

よって、π 型回路の「足」の部分は、$\frac{3}{Y}$ と $\frac{Z}{2} + \frac{6}{Y}$ のインピーダンスの並列となり、

合成インピーダンスは

$$\frac{\frac{3}{Y}\ \left(\frac{Z}{2} + \frac{6}{Y}\right)}{\frac{3}{Y} + \frac{Z}{2} + \frac{6}{Y}} = \frac{3Z + \frac{36}{Y}}{18 + YZ}$$

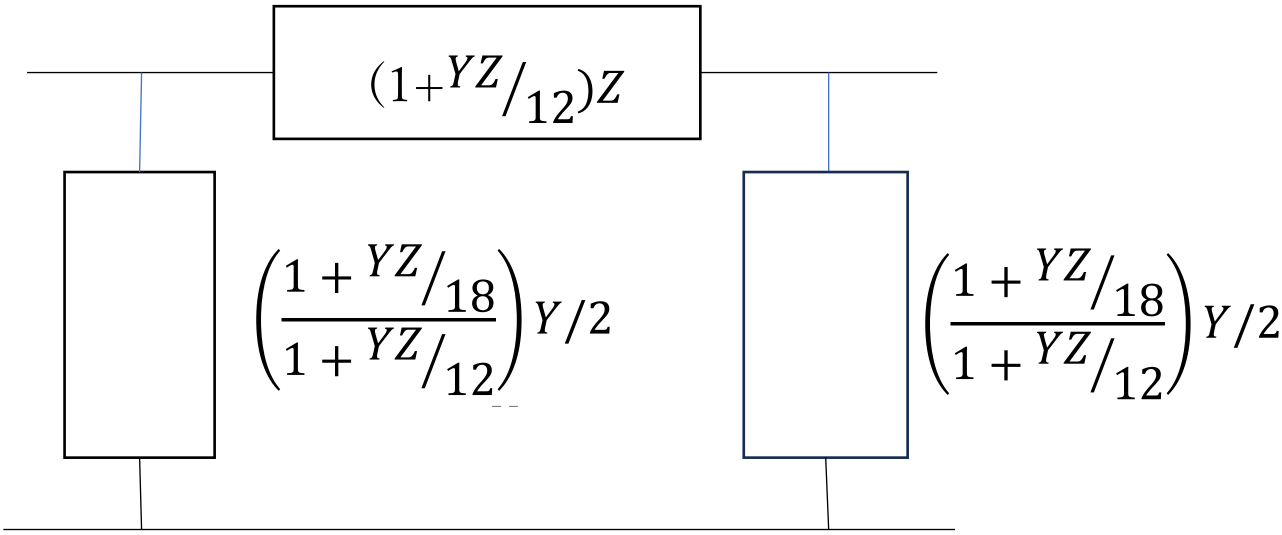
となる。

アドミッタンスは

$$\frac{18 + YZ}{3Z + \frac{Y}{36}} = \frac{18Y + Y^2 Z}{3YZ + 36} = \frac{Y + \frac{Y^2 Z}{18}}{2 + \frac{YZ}{6}} = \frac{1 + \frac{YZ}{18}}{1 + \frac{YZ}{12}} \times \frac{Y}{2}$$

となる。

よって、インピーダンスは$(1+{}^{YZ}/_{12})Z$
アドミタンスは$[(1+{}^{YZ}/_{18})/(1+{}^{YZ}/_{12}]\,{}^{Y}/_{2}$



(8) 1 相あたりの複素電力$S_{\Phi}=40+j10\ MVA$
相電圧は${}^{150}/_{\sqrt{3}}\ kV$
よって、相電流は　$S=VI^{*}$ より　$I=({}^{S}/_{V})^{*}$
$I={}^{\sqrt{3}}/_{150}\times(40-j10)=0.462-j0.115\ \ kA$
受電端の相電圧は　${}^{150}/_{\sqrt{3}}-(15+j30)(0.462-j0.115)=76.2-j12.1\ \ kV$
受電端の 1 相の複素電力は　$VI^{*}=(76.2-j12.1)(0.462-j0.115)^{*}=36.6+j3.17\ \ MVA$
よって、受電端の 3 相電力は　$3(36.6+j3.17)=110+j9.51\ \ MVA$
受電端電圧は　$\sqrt{3}\times\sqrt{76.2^2+12.1^2}=134\ \ kV$

第 3 章

(1) 基準値として低圧側の定格電圧　110V、容量を定格容量の　2.5kVA にとる。
基準インピーダンス$Z_b=\frac{110^2}{2.5\times10^3}=4.84\ \Omega$
よって、低圧側から見た変圧器の pu インピーダンスは　${}^{j0.06}/_{4.84}=j0.0124\ \ pu$
高圧側から見た pu インピーダンスも同じ値である。

(2) 基準容量を定格容量の 300MVA にとる。
高圧側の定格電圧が 275kV であるので、それを基準電圧にとれば、

高圧側の基準インピーダンス$Z_{Hb}=\frac{(275\times10^3)^2}{300\times10^6}=252\Omega$

よって、高圧側から見たインピーダンスは　j0.14x252=j35.3Ω

同様に低圧側の定格電圧が 66kV であるので、それを基準電圧にとれば、

低圧側の基準インピーダンス$Z_{Lb}=\frac{(66\times10^3)^2}{300\times10^6}=14.5\Omega$

よって、低圧側から見たインピーダンスは　j0.14x14.5=j2.03Ω

(3) 高圧側の基準電圧として 250kV をとり、容量基準値として 500MVA をとれば、

高圧側の基準インピーダンス$Z_{Hb}=\frac{(250\times10^3)^2}{500\times10^6}=125\Omega$

よって、高圧側から見た変圧器の pu インピーダンスは$j\,{}^{35.3}/_{125}=j0.282$

すなわち、28.2%となる。

(4) 低圧側の基準電圧を V_{Lb} とすれば、

低圧側の基準インピーダンス$Z_{Lb}=\frac{V_{Lb}^2}{500\times10^6}$

よって、低圧側から見た変圧器の pu インピーダンスは

$$\frac{j2.03}{Z_{Lb}}=\frac{j2.03\times500\times10^6}{V_{Lb}^2}$$

これが、(3)の j0.282 に等しくなるので

$\frac{j2.03\times500\times10^6}{V_{Lb}^2}=j0.282$　　$\therefore\ V_{Lb}=\sqrt{\frac{2.03\times500\times10^6}{0.282}}=60.0\,kV$

すなわち、低圧側の基準電圧を 60kV にとればよい。

注：電圧の基準値は変圧器の定格電圧をとるのが基本であるが、そうでない場合、高圧、低圧の電圧の基準値はその比を定格電圧の変圧比に合わせる必要がある。（本文 3.1.2 参照）

すなわち、$\frac{250kV}{60kV}=\frac{275kV}{66kV}$　となる。

(5) 変圧器 1 台あたりの容量は 45/3=15MVA となるので、これを容量の基準値にとる。

(a) 一次電圧の基準値を 13.8kV、二次電圧の基準値を変圧器の結線から相電圧である${}^{154kV}/_{\sqrt{3}}=88.9kV$　とする。

よって、一次電流の基準値は$\frac{15\times10^6}{13.8\times10^3}=1.087\,kA$

　　　　二次電流の基準値は$\frac{15\times10^6}{88.9\times10^3}=0.169\,kA$

(b) 一次電圧の基準値を変圧器の結線から相電圧である${}^{13.8kV}/_{\sqrt{3}}=7.97kV$、二次

電圧の基準値を 154kV とする。

よって、一次電流の基準値は$\frac{15\times10^6}{7.97\times10^3} = 1.882\ kA$

二次電流の基準値は$\frac{15\times10^6}{154\times10^3} = 0.0974\ kA$

(c) 一次電圧の基準値を 13.8kV、二次電圧の基準値を 154kV とする。

よって、一次電流の基準値は$\frac{15\times10^6}{13.8\times10^3} = 1.087\ kA$

二次電流の基準値は$\frac{15\times10^6}{154\times10^3} = 0.0974\ kA$

第 4 章

(1) 両端の線の距離は 140mm となるので

$\sqrt[3]{70\times70\times140} = 88.2\ mm$

(2) 電流が流れるのは大部分 Al であるので、導体半径 r=28.5/2=14.3mm

よって、１本あたりのインダクタンスは$0.05 + 0.2 ln\frac{5.5}{14.3\times10^{-3}} = 1.24\ mH/km$

1km 当たりのリアクタンス$X = 1.24\times10^{-3}\times120\pi = 0.467\ \Omega$

20°C での 1km あたりの抵抗が 0.0702Ωであるので、80°C での抵抗は

$0.0702\{1 + 0.0004(80 - 20)\}$=0.0870 Ω

よって、X/R=5.37

(3) (2)と同様、Al の導体半径を考える。

単導体の場合　$0.05 + 0.2 ln\frac{9}{17.1\times10^{-3}} = 1.30\ mH/km$

複導体の場合　a=17.1mm、s=40cm　から、

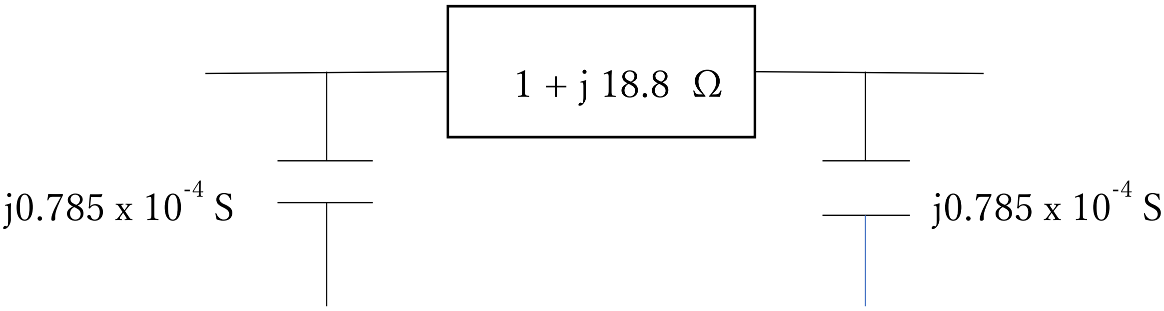
等価半径= $\sqrt{a\cdot s} = \sqrt{0.4\times17.1\times10^{-3}} = 8.27\times10^{-2}\ m$

(4.16)式より$0.025 + 0.2 ln\frac{9}{8.27\times10^{-2}} = 0.963\ mH/km$

(4) 直列インピーダンス$Z = 1 + j100\pi \times 0.06 = 1 + j18.8\,\Omega$

並列アドミタンス$Y = j100\pi \times 0.5 \times 10^{-6} = j1.57 \times 10^{-4}\,S$

$Y/_{2} = j0.785 \times 10^{-4}\,S$



(5) Al の導体半径は 11.2mm

よって、$C = \frac{0.0556}{\ln\ {}^{70}/_{11.2\times10^{-3}}} = 0.00636\,\mu F/km$

(6) d=20mm, r=20mm, 比誘電率 2.7 より

$$C = \frac{0.0556 \times 2.7}{ln\dfrac{60 \times 10^{-3}}{20 \times 10^{-3}}} = 0.137\,\mu F/km$$

第 5 章

（1）　①

$$Y_{11}=\frac{1}{j0.01}=-j100 \qquad Y_{12}=Y_{21}=-\frac{1}{j0.01}=j100 \qquad Y_{13}=Y_{14}=Y_{31}=Y_{41}=0$$

$$Y_{22}=\frac{1}{j0.01}+\frac{1}{0.02+j0.08}+\frac{1}{0.01+j0.05}+j0.05+j0.05=6.79-j131$$

$$Y_{23}=Y_{32}=-\frac{1}{0.01+j0.05}=-3.85+j19.2$$

$$Y_{24}=Y_{42}=-\frac{1}{0.02+j0.08}=-2.94+j11.8$$

$$Y_{33}=\frac{1}{0.01+j0.05}+\frac{1}{0.02+j0.1}+j0.05+j0.1=5.77-j28.7$$

$$Y_{34}=Y_{42}=-\frac{1}{0.02+j0.1}=-1.92+j9.62$$

$$Y_{44}=\frac{1}{0.02+j0.08}+\frac{1}{0.02+j0.1}+j0.05+j0.1=4.86-j21.2$$

よって、$Y_1=\begin{bmatrix}-j100 & j100 & 0 & 0\\ j100 & 6.79-j131 & -3.85+j19.2 & -2.94+j11.8\\ 0 & -3.85+j19.2 & 5.77-j28.7 & -1.92+j9.62\\ 0 & -2.94+j11.8 & -1.92+j9.62 & 4.86-j21.2\end{bmatrix}$

②　各ノードへ外部から注入される電流 I_l はノードアドミタンス行列の要素 Y_{kk} を用いて、次のようにあらわされる。

$I_l=\sum_{k=1}^{4}Y_{lk}V_k$　　$l=1,2,3,4$

ノード 2 は浮遊ノードで、$I_2=0$ であるので、

$$I_2=Y_{21}V_1+Y_{22}V_2+Y_{23}V_3+Y_{24}V_4=0$$

よって、$V_2=-\frac{Y_{21}V_1+Y_{23}V_3+Y_{24}V_4}{Y_{22}}$

これを、I_1, I_3, I_4 の各式に代入すると（ここで、$Y_{ij}=Y_{ji}\ \ i\neq j$ であるので）

$$I_1=Y_{11}V_1+Y_{12}\left(-\frac{Y_{21}V_1+Y_{23}V_3+Y_{24}V_4}{Y_{22}}\right)+Y_{13}V_3+Y_{14}V_4$$

$$=\left(Y_{12}-\frac{Y_{12}^2}{Y_{22}}\right)V_1+\left(Y_{13}-\frac{Y_{12}Y_{23}}{Y_{22}}\right)V_3+(Y_{14}-\frac{Y_{12}Y_{24}}{Y_{22}})V_4$$

同様に、$I_3=\left(Y_{13}-\frac{Y_{12}Y_{23}}{Y_{22}}\right)V_1+\left(Y_{33}-\frac{Y_{23}^2}{Y_{22}}\right)V_3+(Y_{34}-\frac{Y_{23}Y_{24}}{Y_{22}})V_4$

$$I_4=\left(Y_{14}-\frac{Y_{12}Y_{24}}{Y_{22}}\right)V_1+\left(Y_{34}-\frac{Y_{23}Y_{24}}{Y_{22}}\right)V_3+(Y_{44}-\frac{Y_{24}^2}{Y_{22}})V_4$$

①で計算したノードアドミタンス行列の各要素を代入すると

$$\begin{bmatrix}I_1\\ I_3\\ I_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3.95-j23.8 & -2.18+j14.8 & -1.77+j9.11\\ -2.18+j14.8 & 4.78-j26.0 & -2.61+j11.3\\ -1.77+j9.11 & -2.61+j11.3 & 4.38-j20.2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_1\\ V_3\\ V_4\end{bmatrix}$$

よって、$Y_2 = \begin{bmatrix} 3.95 - j23.8 & -2.18 + j14.8 & -1.77 + j9.11 \\ -2.18 + j14.8 & 4.78 - j26.0 & -2.61 + j11.3 \\ -1.77 + j9.11 & -2.61 + j11.3 & 4.38 - j20.2 \end{bmatrix}$

この関係式は、ノード１，３，４に関するもので、ノード２は消去されている。

(2) 図 5.9 において、直流法潮流計算では、送電線の抵抗、対地アドミタンスを無視する。

ノード i,j 間の有効電力潮流を P_{ij}(ノード i から j の向きを正とする)とすれば、

P_{12}=1.0 となる。ノード、2, 3, 4 について潮流を計算する。

各ノードの電圧相差角を δ_2、δ_3、δ_4 とする。ノード 2 の相差角を基準にとり、

δ_2=0 とすれば、

$P_{24} = \frac{0-\delta_4}{0.08} \quad P_{23} = \frac{0-\delta_3}{0.05} \quad P_{34} = \frac{\delta_3-\delta_4}{0.1}$

一方、各ノードの電力バランスから

$P_{23} + P_{24} = 1 \quad P_{23} - P_{34} = 0.3$

これらを連立させて解くと

$\delta_3 = -0.0239rad \ \ \delta_4 = -0.0417rad \ \ P_{23} = 0.478pu \ \ P_{24} = 0.521pu \ \ P_{34} = 0.178pu$

(3) $S_b = 100MVA \ \ V_b = 150kV$ と基準値を決める。この時

$$Z_b = \frac{(150 \times 10^3)^2}{100 \times 10^6} = 225\,\Omega$$

よって、$Z_p = \frac{15+j30}{225} = 0.0667 + j0.133\,pu$

また、$V_{sp} = 1.0 \quad S_{sp} = 1.2 + j0.3$　　ここで、添え字 s は送電端を表す。

$S_{sp} = V_{sp} I_p^*$ から、$I_p^* = 1.2 + j0.3$　すなわち、$I_p = 1.2 - j0.3$

$V_{rp} = V_{sp} - I_p Z_p = 1.0 - (1.2 - j0.3)(0.0667 + j0.133) = 0.880 - j0.140$

ここで、添え字 r は受電端を表す。

$S_{rp} = V_{rp} I_p^* = (0.880 - j0.140)(1.2 + j0.3) = 1.10 + j0.0960$

すなわち、$S_r = 110\,MW + j9.60\,MVar$

$|V_r| = 150 \times \sqrt{0.880^2 + 0.140^2} = 134\,kV$

注：第２章章末問題（8）と数値が少し異なっているが、これは、演算誤差によるものである。

第 6 章

(1) Iを相電流(A)とする。発電機端子の相電圧は$^{13.8}/_{\sqrt{3}}\ kV$

(a)力率 1 の時、発電機出力は 9440kW、1 相あたり 9440/3 kW となる。

$^{13.8}/_{\sqrt{3}} I^* = {}^{9440}/_3 + j0 \quad \therefore I = 0.395\ kA$

よって、発電機端子電圧の位相を基準にとると、

誘導起電力$E = {}^{13.8}/_{\sqrt{3}} + j1.8 \times 0.395 = 7.97 + j0.711 = 8.00\angle 5.0^{\circ}\ \ kV$

(b)力率が遅れ 0.8 の時(cos θ =0.8)、

発電機出力は$9440 \times cos\theta + j9440 \times sin\theta = 7552kW + j5664kVar$

1 相あたり、*7552/3 kW +j 5664/3 kVar*

$^{13.8}/_{\sqrt{3}} I^* = {}^{7552}/_3 + j\,{}^{5664}/_3 \quad \therefore I^* = 316 + j237\ \ A = 0.316 + j0.237\ \ kA$

よって、誘導起電力$E = {}^{13.8}/_{\sqrt{3}} + j1.8(0.316 - j0.237) = 8.39 + j0.567 = 8.41\angle 3.9^{\circ}\ \ kV$

(c)力率が進み 0.8 の時(cos θ =0.8)、

発電機出力は$9440 \times cos\theta - j9440 \times sin\theta = 7552kW - j5664kVar$

1 相あたり、*7552/3 kW -j 5664/3 kVar*

$^{13.8}/_{\sqrt{3}} I^* = {}^{7552}/_3 - j\,{}^{5664}/_3 \quad \therefore I^* = 316 - j237\ \ A = 0.316 - j0.237\ \ kA$

よって、誘導起電力$E = {}^{13.8}/_{\sqrt{3}} + j1.8(0.316 + j0.237) = 7.54 + j0.569 = 7.56\angle 4.3^{\circ}\ \ kV$

(2) (a)　$P = \frac{E \times 1.0}{1.5+0.2} sin\delta$　より、

$\frac{E}{1.7} = 1.2 \quad \therefore E = 2.04$

(b)　界磁誘導起電力が 2.04pu であるので、界磁誘導起電力の電力角 δ は無限大母線の位相を基準にして　$0.5 = \frac{2.04 \times 1.0}{1.5+0.2} \sin\delta$　より、$\delta = sin^{-1}\frac{0.5 \times 1.7}{2.04} = 24.6°$

よって、電流$I = \frac{2.04\angle 24.6° - 1.0}{j1.5 + j0.2} = \frac{0.854 + j0.851}{j1.7} = 0.500 - j0.502 = 0.709\angle -45.1°$

(3) (6.29)式より

$$P_G = \frac{1.3 \times 1.0}{X_S} sin20° = \frac{0.445}{X_S}$$

(6.30)式より

$$Q_G = \frac{1.3 \times 1.0}{X_S} cos20° - \frac{1}{X_S} = \frac{0.222}{X_S}$$

$P_G^2 + Q_G^2 = 1.2^2$　より

$$\frac{0.198}{X_S^2} + \frac{0.0493}{X_S^2} = 1.44 \quad \therefore X_S^2 = \frac{0.247}{1.44} = 0.171$$

すなわち、$X_S = \sqrt{0.171} = 0.414$

第 7 章

(1)

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

V_1=0.5　V_2=j0.2　V_0=-0.1

$\alpha = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$　$\alpha^2 = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$　であるので、これらを代入して

$V_a = 0.4 + j0.2 = 0.447\angle 26.5°$

$V_b = -0.523 - j0.533 = 0.747\angle 226°$

$V_c = -0.177 + j0.333 = 0.377\angle 118°$

(2)

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

I_1=-j600 A　I_2=j250 A　I_0=j350 A

$\alpha = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$　$\alpha^2 = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$　であるので、これらを代入して

$I_a = 0\ A$

$I_b = -736 + \mathrm{j}525 = 904\angle 145°\ \ \mathrm{A}$

$I_c = 736 + j525 = 904\angle 36°\ \ A$

$I_n = I_a + I_b + I_c = j1050 = 1050\angle 90°\ \ A$

(3)

$$\begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

$I_a = 1.0$　$I_b = e^{j230°} = -0.643 - j0.766$　$I_c = e^{j130°} = -0.643 + j0.766$　より

$$I_0 = \frac{1}{3}\left(1.0 + e^{j230°} + e^{j130°}\right) = -0.0952 = 0.0952\angle 180°$$

$$I_1 = \frac{1}{3}\left(1.0 + e^{j230°}e^{j120°} + e^{j130°}e^{j240°}\right) = 0.990 = 0.990\angle 0$$

$$I_2 = \frac{1}{3}\left(1.0 + e^{j230°}e^{j240°} + e^{j130°}e^{j120°}\right) = 0.105 = 0.105\angle 0$$

(4)

相電流（線電流）の正、逆、零相成分は

$$\begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

また、相電流とΔ電流の関係は

$$I_a = I_{ab} - I_{ca} \quad I_b = I_{bc} - I_{ab} \quad I_c = I_{ca} - I_{bc}$$

この関係式を代入すると

$$\begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_{ab} - I_{ca} \\ I_{bc} - I_{ab} \\ I_{ca} - I_{bc} \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_{ab} \\ I_{bc} \\ I_{ca} \end{bmatrix} - \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_{ca} \\ I_{ab} \\ I_{bc} \end{bmatrix}$$

$= \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_{ab} \\ I_{bc} \\ I_{ca} \end{bmatrix} - \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha & \alpha^2 & 1 \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_{ab} \\ I_{bc} \\ I_{ca} \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1-\alpha & \alpha-\alpha^2 & \alpha^2-1 \\ 1-\alpha^2 & \alpha^2-\alpha & \alpha-1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_{ab} \\ I_{bc} \\ I_{ca} \end{bmatrix}$であるので、

$I_0 = 0$

$I_1 = \dfrac{1}{3}\{(1-\alpha)I_{ab} + \alpha(1-\alpha)I_{bc} + (\alpha^2-1)I_{ca}\} = \dfrac{1-\alpha}{3}\{I_{ab} + \alpha I_{bc} - (1+\alpha)I_{ca}\}$

ここで、$\alpha^3 = \alpha^{j2\pi} = 1$であるので、$(\alpha-1)(\alpha^2+\alpha+1) = 0 \quad \therefore \alpha^2+\alpha+1 = 0$

これを上式に代入して、$I_1 = \frac{1-\alpha}{3}\{I_{ab} + \alpha I_{bc} + \alpha^2 I_{ca}\}$

$1-\alpha = 1 - \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{3}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\sqrt{3} - j\right) = \sqrt{3}e^{-j\pi/6}$ から

$$I_1 = \frac{e^{-j\pi/6}}{\sqrt{3}}\{I_{ab} + \alpha I_{bc} + \alpha^2 I_{ca}\}$$

同様に

$$I_2 = \frac{1}{3}\{(1-\alpha^2)I_{ab} + \alpha(\alpha-1)I_{bc} + (\alpha-1)I_{ca}\} = \frac{\alpha-1}{3}\{-(\alpha+1)I_{ab} + \alpha I_{bc} + I_{ca}\}$$
$$= \frac{\alpha-1}{3}\{\alpha^2 I_{ab} + \alpha I_{bc} + I_{ca}\} = \frac{e^{j\pi/6}}{\sqrt{3}}\{\alpha^2 I_{ab} + \alpha I_{bc} + I_{ca}\}$$

一方、Δ電流の正、逆、零相成分は

$\begin{bmatrix} I_{ab0} \\ I_{ab1} \\ I_{ab2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_{ab} \\ I_{bc} \\ I_{ca} \end{bmatrix}$であるので、

$I_{ab1} = \dfrac{1}{3}\{I_{ab} + \alpha I_{bc} + \alpha^2 I_{ca}\}$

$I_{ab2} = \dfrac{1}{3}\{I_{ab} + \alpha^2 I_{bc} + \alpha I_{ca}\}$

以上から

$I_1 = \dfrac{e^{-j\pi/6}}{\sqrt{3}}\{I_{ab} + \alpha I_{bc} + \alpha^2 I_{ca}\} = \dfrac{e^{-j\pi/6}}{\sqrt{3}}3I_{ab1} = \sqrt{3}e^{-j\pi/6}\ I_{ab1}$

また、$\alpha^2 I_{ab2} = \frac{1}{3}\{\alpha^2 I_{ab} + \alpha^2\alpha^2 I_{bc} + \alpha^2\alpha I_{ca}\} = \frac{1}{3}\{\alpha^2 I_{ab} + \alpha I_{bc} + I_{ca}\}$*であるので*

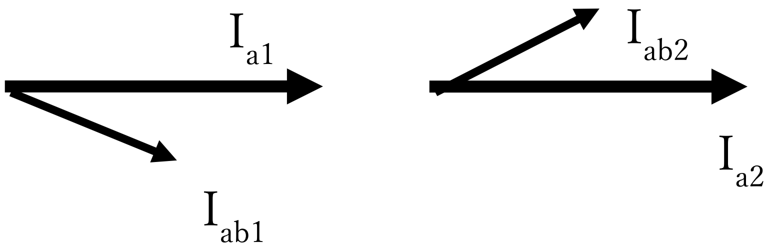
$I_2 = \dfrac{\alpha - 1}{3}\{\alpha^2 I_{ab} + \alpha I_{bc} + I_{ca}\} = \alpha^2(\alpha - 1) I_{ab2}$

$\alpha^2(\alpha - 1) = \alpha^3 - \alpha^2 = 1 - \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) == \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\sqrt{3} + j\right) = \sqrt{3} e^{j\pi/6}$ を代入して

$I_2 = \dfrac{\alpha - 1}{3}\{\alpha^2 I_{ab} + \alpha I_{bc} + I_{ca}\} = \sqrt{3} e^{j\pi/6} I_{ab2}$

これは、相電流（線電流）の正相分はΔ電流の正相分に対してπ／6 遅れており、相電流（線電流）の逆相分はΔ電流の逆相分に対してπ／6 進んでおり、大きさは相電流の各相分はΔ電流の各相分の√3 倍となる。
また、Δ接続時には零相電流は流れない（零相成分は含まれない)。

図示すると下記のようになる。



(5)
3 相短絡時の初期過渡電流は$\frac{1}{X_d''} = \frac{1}{j0.15} = -j6.67\,pu$
一方、1 線地絡時の正相電流 I_1 は$I_1 = \frac{1}{j0.15 + j0.15 + j0.05} = -j2.86\,pu$
よって、事故相の初期過渡電流は$I = 3I_1 = -j8.58\,pu$
電流比=$\frac{8.58}{6.67} = 1.29$

注：3 相短絡時の故障電流よりも 1 線地絡時の故障電流のほうが大きくなる。

(6)
(5)と同様に考え、3 相短絡時の初期過渡電流は-j6.67 pu
線間短絡時の正相電流 I_1 は　$I_1 = \frac{1}{j0.15 + j0.15} = -j3.33\,pu$
逆相電流 I_2=-I_1=j3.33 pu　零相電流は 0
よって、短絡した b 相電流$I_b = \alpha^2 I_1 + \alpha I_2 + I_0 =$

$$-j3.33(-0.5 - j0.866) + j3.33(-0.5 + j0.866) = -5.77\,pu$$

電流比$=\frac{5.77}{6.67}=0.865$

(7)

中性点と事故点が非常に近いと考えて、零相インピーダンスは(7.42)式から

$Z_0'=3R+Z_0$　ここで、R は中性点接地抵抗値、Zo は発電機の零相インピーダンス

よって、問題(5)と同様に考えて、

１線地絡時の故障電流$=3\times\frac{1}{j0.15+j0.15+j0.05+3R}=\frac{3}{j0.35+3R}$

よって、電流比$=\frac{\frac{3}{j0.35+3R}}{\frac{1}{j0.15}}=\frac{j0.45}{j0.35+3R}$

(8)

定格電圧 20kV、定格容量 100MVA より、基準インピーダンス Z_b は

$$Z_b=\frac{V_b^2}{S_b}=\frac{(20\times10^3)^2}{100\times10^6}=4\,\Omega$$

よって、中性点リアクトル Zn$=\frac{j0.32}{4}=j0.08\,pu$

一線地絡故障時の故障電流の正相分は

$$I_1=\frac{E_a}{Z_1+Z_2+(3Z_n+Z_{g0})}=\frac{1}{j0.2+j0.2+(3\times j0.08+j0.05)}=\frac{1}{j0.69}=-j1.45$$

よって、故障相の初期過渡電流 Ia は

$$I_a=3I_1=-j4.35\,pu$$

ここで、基準電流は$\frac{100\times10^6}{\sqrt{3}\times20\times10^3}=2.89\,kA$ となるので、初期過渡電流の大きさは

4.35x2.89=12.6 kA

第 8 章

(1) (a) (8.9)式より

$7.5\left({}^{MJ}/_{MVA}\right)\times500(MVA)=3750\,MJ$

(b)　発電機が 4 極であるので　$\omega_{sm}=\frac{2\pi f}{P/_2}=\frac{120\pi}{2}=60\pi$

(8.11)式より$\frac{2\times7.5}{60\pi}\frac{d^2\delta_m}{dt^2}=\frac{452-400}{500}$　$\therefore\frac{d^2\delta_m}{dt^2}=1.31\;{}^{rad}/_{s^2}$

(2) 15 サイクルは 1/4 s で、その間の角加速度が一定であるので、

電気角の変化は　$\frac{1}{2}\frac{d^2\delta_m}{dt^2}(\frac{1}{4})^2 = \frac{1}{2} \times 1.31 \times \frac{1}{16} = 0.0409\,rad$

回転速度は　$60\pi + \frac{d^2\delta_m}{dt^2}\left(\frac{1}{4}\right) = 189rad/s$

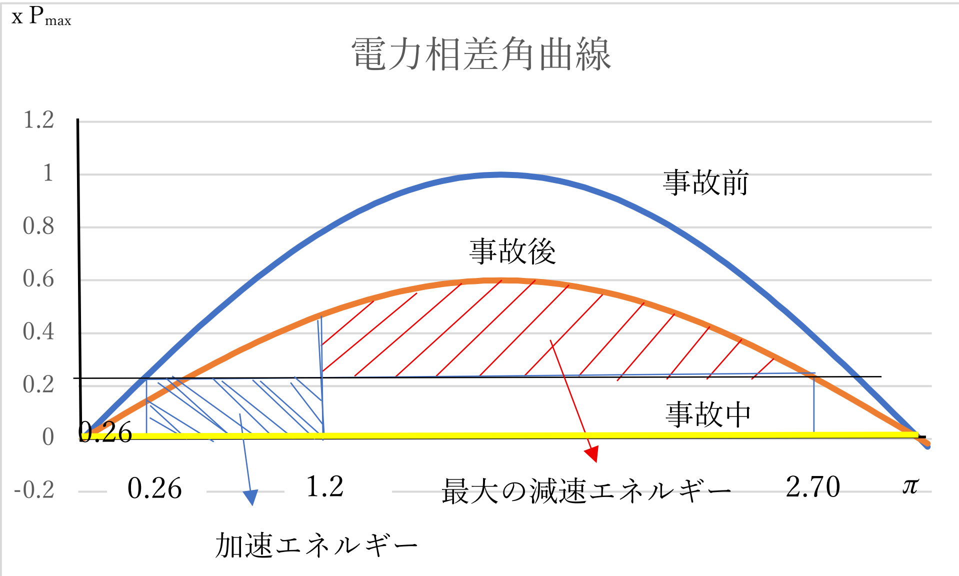
(3) 500MVA の発電機が遅れ力率 0.8 で運転しているときの出力は、

cos θ =0.8, sin θ =0.6　より、500x0.8+j500x0.6=400MW + j 300MVar となる。

出力が 40%減少すれば、有効出力は 400x(1-0.4)=240MW となる。

よって、加速トルク$= \frac{P_m - P_e}{\omega_{sm}} = \frac{400-240}{60\pi} = 0.849\ MN \cdot m$

(4) 電力相差角曲線は次図のようになる。



初期出力$= P_{max}\, sin\delta_0 = P_{max} \sin 0.26 = 0.257P_{max}$

加速エネルギー$= 0.257P_{max}(1.2 - 0.26) = 0.242P_{max}$

一方、安定限界となる δ_m は$0.6sin\delta_m = 0.257$ より、δ_m=2.70

よって、減速エネルギーの最大値$= \int_{1.2}^{2.70}(0.6P_{max}\, sin\delta - 0.257)d\delta = 0.374P_{max}$

減速エネルギーの最大値＞加速エネルギー　であるので、安定である。

第 9 章

(1) 9.1 参照

(2) 周波数がΔF Hz　低下したとする。

この時、負荷は　$800 \times 0.03\Delta F = 24\Delta F$ MW 減少する。

系統周波数が 50Hz であるので、速度調定率 ε と発電力特性定数$\%K_G$の関係(9.9)式より、

$$\%K_G = \frac{1000}{5\varepsilon}\ {\%MW}/_{Hz} = 66.7\ {\%MW}/_{Hz} \quad \varepsilon = 3\%\ \text{の時}$$
$$= 50\ {\%MW}/_{Hz} \quad \varepsilon = 4\%\ \text{の時}$$

すなわち、100MW 機は、$K_G = 66.7\ {MW}/_{Hz}$

250MW 機は、$K_G = 125\ {MW}/_{Hz}$

周波数が　ΔF Hz 低下した時の 100MW 機 1 機の出力は　66.7ΔF MW 増加し、250MW 機 1 機の出力は　125ΔF MW 増加する。

よって、解列した 100MW 発電機 1 機の出力が 80 MW であるので、

$80 = 66.7\Delta F \times 4 + 125\Delta F \times 2 + 24\Delta F$

∴ $\Delta F = 0.148\ Hz$　低下

100MW 機の出力は　$80 + 0.148 \times 66.7 = 89.9\ MW$

250MW 機の出力は　$200 + 0.148 \times 125 = 219\ MW$

となる。

(3) A,B 両系統の系統定数は、K_A=300x0.1=30 MW/Hz　K_B=500x0.1=50 MW/Hz

ΔF=-0.1 Hz　ΔP_T=30 MW であるので、両系統の需給アンバランス量ΔP_A, ΔP_B は

$$\Delta P_A = K_A\Delta F + \Delta P_T = 30 \times (-0.1) + 30 = 27\ MW$$
$$\Delta P_B = K_B\Delta F - \Delta P_T = 50 \times (-0.1) - 30 = -35\ MW$$

これは、A 系統で 27MW 発電過多、B 系統で 35MW 発電不足　ということから、A 系統で 27MW 負荷減少、B 系統で 35MW 負荷増加　となる。

(4) ΔF=-0.05 Hz　ΔPT=40 MW　となる。

A 系統では需給アンバランスは発生していないので、$0 = K_A\Delta F + \Delta P_T$ より、

$$K_A = -\frac{\Delta P_T}{\Delta \mathrm{F}} = \frac{40}{0.05} = 800\ MW/Hz$$

(5) K_A=100 MW/Hz　K_B=50 MW/Hz

制御前の周波数変化　ΔF=-0.33 Hz、 連系線潮流変化　ΔP_T=-16.7 MW

(1) 制御前から見て　ΔP_A=50 MW、ΔP_B=0

よって、$50 = 100\Delta F + \Delta P_T$

$$0 = 50\Delta F - \Delta P_T$$

$$\therefore\ \Delta F = 0.33\,Hz \quad \Delta P_T = 16.7\,MW$$

すなわち、周波数は　-0.33+0.33=0 Hz

連系線潮流は　-16.7+16.7=0 MW

これは、事故前の状態に戻ったことを意味している。

(2) 制御前から見て　ΔP_A=46.4 MW、ΔP_B=-1.85 MW

よって、46.4= $100\Delta F + \Delta P_T$

-1.85= $50\Delta F - \Delta P_T$

$$\therefore\ \Delta F = 0.297\,Hz \quad \Delta P_T = 16.7\,MW$$

すなわち、周波数は　-0.33+0.297=0.033 Hz

連系線潮流は　-16.7+16.7=0 MW

これは、事故前と比べて　周波数は　0.033Hz 低下し、連系線潮流は元の状態に戻ったことを意味している。

注：実際には、（２）の場合、事故前の状態に戻らないが、連系線潮流が元の値になっているのは計算誤差によるものである。

以下のような考え方も成り立つ。

事故前と比べて(2)の制御をした後では、

ΔPA=-50+46.4=-3.6MW

ΔPB=0-1.85=-1.85MW となる。

この時の周波数変化、連系線潮流変化は

$$-3.6 = 100\Delta \mathrm{F} + \Delta P_T$$
$$-1.85 = 50\Delta F - \Delta P_T$$
$$\therefore\ \Delta F = -0.036\,Hz \quad \Delta P_T = 0.05\,MW$$

わずかであるが、両者には演算誤差がある。

第１０章

(1) ①力率(=cos θ)=0.9　P=1 pu より

$$Q=\frac{\sqrt{1-cos^2\theta}}{cos\theta}=\frac{\sqrt{1-0.81}}{0.9}=0.484$$

すなわち、P+jQ=1.0+j0.484

(10.8)式より、受電端電圧の大きさ Vr は

$$(0.02\times1+0.1\times0.484+V_r^2)^2+(o.o2\times0.484-0.1\times1)^2=V_r^2$$
$$V_r^4-0.863V_r^2+0.0128=0$$
$V_r^2=\frac{0.863\pm\sqrt{0.694}}{2}=0.848$　（V_rが 1 に近くなる＋の値をとって）
$$V_r=\sqrt{0.848}=0.921\ \ pu\ =154\,kV\times0.921=142\,kV$$

②(10.14)式に代入すると $Z^2=0.02^2+0.1^2=0.0104$

$$\rho=\frac{0.0104\times1+0.02\times0.848}{0.0104\times0.484+0.1\times0.848}=0.305$$

(2) 電流の無効分を小さく、すなわち、０にすれば、電流は最小となるので送電損失は最小になる。

負荷点で無効電力をバランスさせて０にすればよい。

$Q=V^2Y=2\pi fCV^2$

(3) 図 10.8 の第４象限に相当するので、巻線比（タップ比）を下げればよい。

第１１章

(1) 11.3.1 の水火協調方程式の式導出を参照。

(2)

注：２台の火力ユニットの燃料費特性は

A: $0.5P_1^2+200P_1+1000$

B: $P_2^2+150P_2+3000$

の誤り

(2)の出力配分は変わらないが、(4)の並列優先順は異なる。

A、B の出力を P_1、P_2　とすれば　$P_1 + P_2 = 150\,MW$

等増分燃料費則から

$P_1 + 200 = 2P_2 + 150 = \lambda$

よって、$P_1 = \lambda - 200$　　$P_2 = {}^{\lambda}/_{2} - 75$

$P_1 + P_2 = \frac{3}{2}\lambda - 275 = 150$　　$\therefore \lambda = 283.3$

この時の、A,B の出力は

$P_1 = 283.3 - 200 = 83.3\,MW$　　$P_2 = 283.3/2 - 75 = 66.7\,MW$

C_T の潮流は 16.7MW

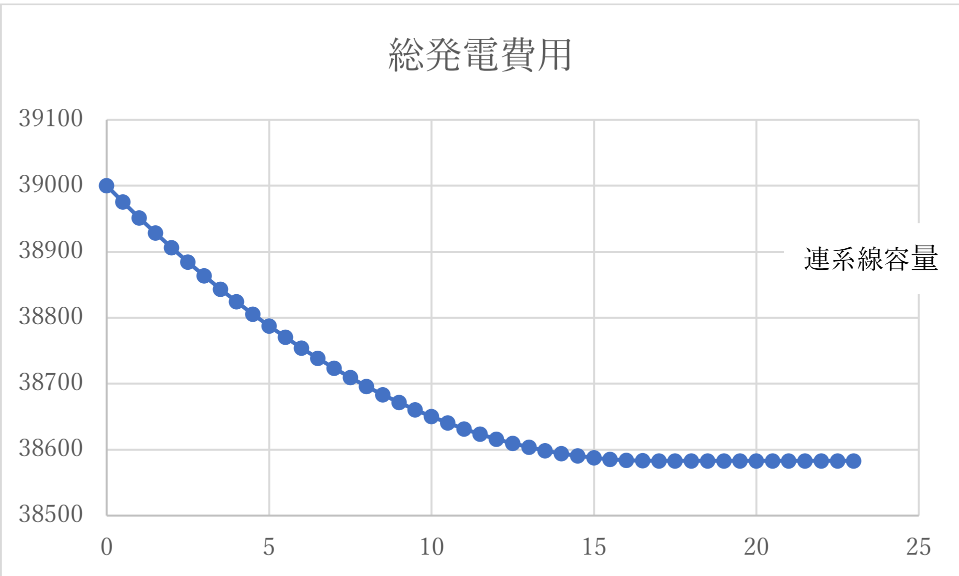
C_T の容量が 16.7MW より大きければ、上記最適運用が行え、その時の総発電費用は 38,583　となる。

C_T の容量が 16.7MW 以下であれば、最適出力は

$P_1 = 100 - C_T\ MW$　　$P_2 = 50 + C_T$ MW となる。

この時の総発電費用

$$= 0.5(100 - C_T)^2 + 200(100 - C_T) + 1000 + (50 + C_T)^2 + 150(50 + C_T) + 3000$$
$$= 1.5C_T^2 - 50C_T + 39000$$



(3) (11.24)式より、ラグランジェ関数は

$$I = \sum_{t=1}^{l}\sum_{i=1}^{n} F_i(P_{Ti}^t) - \sum_{t=1}^{l} \lambda^t(\sum_{i=1}^{n} P_{Ti}^t + \sum_{j=1}^{m} P_{Hj}^t - P_R^t - P_L^t) + \sum_{j=1}^{m} \gamma_j(\sum_{t=1}^{l} W_j(P_{Hj}^t) - W_{j0})$$

P_{Ti}^t　で微分して

$$\frac{\partial I}{\partial P_{Ti}^t} = \frac{dF_i}{dP_{Ti}^t} - \lambda^t\left(1 - \frac{\partial P_L^t}{\partial P_{Ti}^t}\right) = 0 \quad \text{すなわち} \quad \lambda^t = \frac{\frac{dF_i}{dP_{Ti}^t}}{1 - \frac{\partial P_L^t}{\partial P_{Ti}^t}}$$

P_{Hj}^tで微分して

$$\frac{\partial I}{\partial P_{Hj}^t} = -\lambda^t\left(1 - \frac{\partial P_L^t}{\partial P_{Hj}^t}\right) + \gamma_j \frac{dW_j}{dP_{Hj}^t} = 0 \quad \text{すなわち} \quad \lambda^t = \gamma_j \frac{\frac{dW_j}{dP_{Hj}^t}}{1 - \frac{\partial P_L^t}{\partial P_{Hj}^t}}$$

よって、$\lambda^t = \frac{dF_i}{dP_{Ti}^t}\frac{1}{1 - \frac{\partial P_L^t}{\partial P_{Ti}^t}} = \gamma_j \frac{dW_j}{dP_{Hj}^t}\frac{1}{1 - \frac{\partial P_L^t}{\partial P_{Hj}^t}}$

(4)　A：$F_1(P_1)=0.5P_1^2+200P_1+1000$ より

$\lambda = P_1 + 200 \quad \mu = {}^{F_1}/_{P_1} = 0.5P_1 + 200 + {}^{1000}/_{P_1}$

$P_1 = \lambda - 200$ を代入して

$$\mu = 0.5(\lambda - 200) + 200 + \frac{1000}{\lambda - 200} = 0.5\lambda + 100 + \frac{1000}{\lambda - 200}$$

$30 \le P_1 \le 100$ より、$230 \le \lambda \le 300$

B：$F_2(P_2)=P_2^2+150P_2+3000$ より

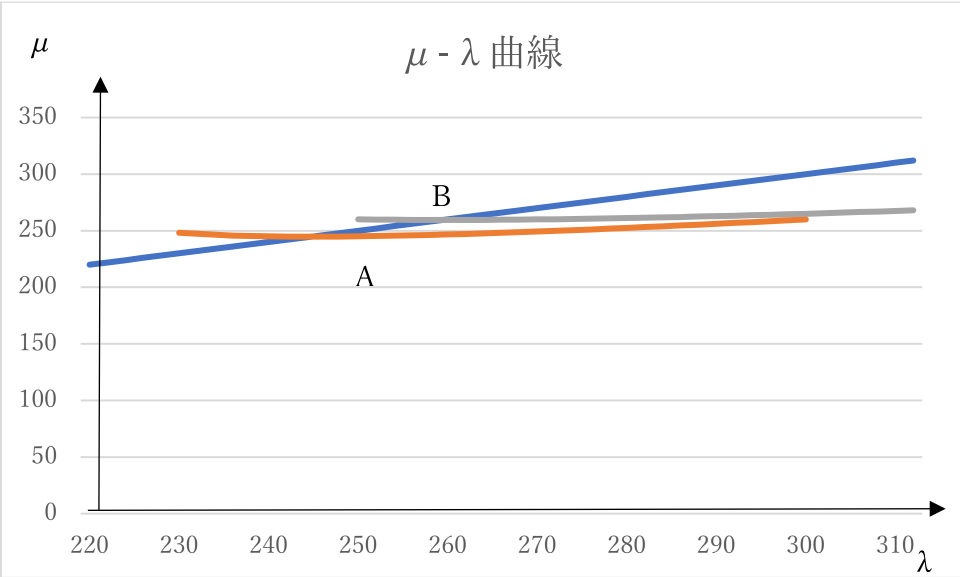
$\lambda = 2P_2 + 150 \quad \mu = {}^{F_2}/_{P_2} = P_2 + 150 + {}^{3000}/_{P_2}$

$P_2 = {}^{\lambda}/_{2} - 75$ を代入して

$$\mu = 0.5\lambda - 75 + 150 + \frac{3000}{{}^{\lambda}/_{2} - 75} = 0.5\lambda + 75 + \frac{6000}{\lambda - 150}$$

$50 \le P_2 \le 200$　より、$250 \le \lambda \le 550$

A,B　2機のμ-λ曲線を交点付近で拡大して描くと下記のようになる。



A のほうが、原点に近いところで $\mu = \lambda$ と交わっているので、並列優先順位は高い。